

BHS

IB

282

DIE

LUFTE ALS AUSGLEICHMITTEL DER SEILGEWICHTE

BEI

FÖRDERMASCHINEN.

UNTERSUCHUNG

DER BIS JETZT IM GEBRAUCHE STEHENDEN SEIL AUSGLEICHMITTEL
BEI DER VERTICALFÖRDERUNG UND VERGLEICH DERSELBEN MIT
DER VOM VERFASSER PATENTIRTEN VORRICHTUNG

VON

HUGO EDLEN v. RETTICH,

INGENIEUR,

S. Z. ASSISTENT BEI DER LEHRKANZEL FÜR MASCHINENBAU AN DER K. K. TECHNISCHEN
HOCHSCHULE IN GRAZ.



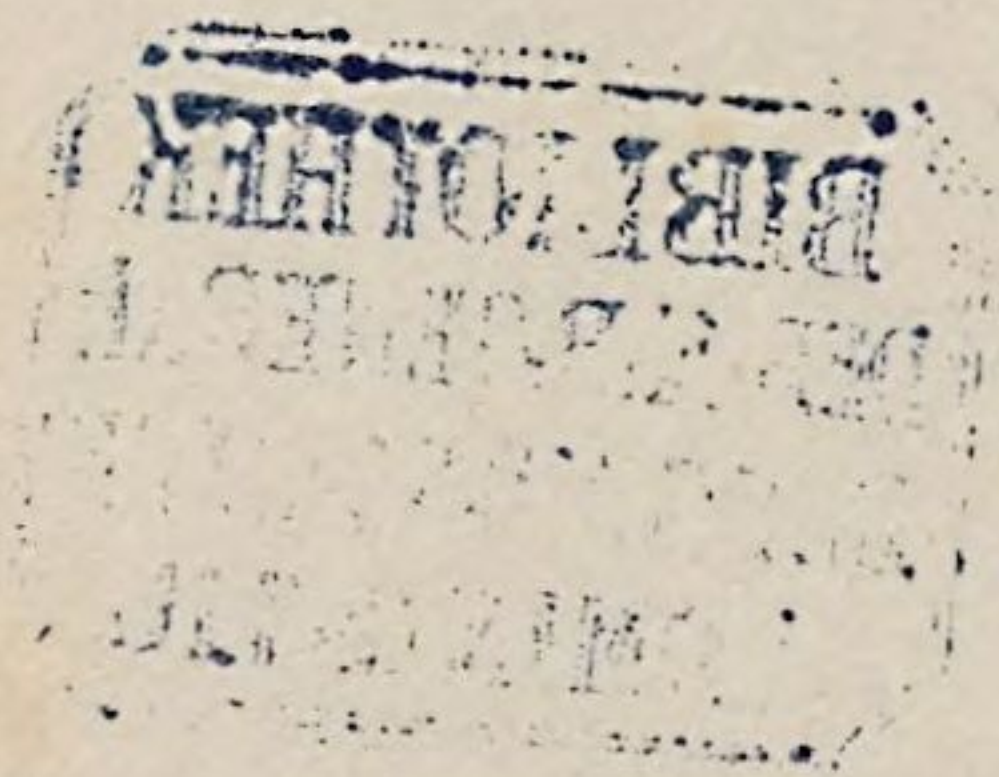
WIEN, 1885. 284

COMMISSIONSVERLAG VON ALFRED HÖLDER

K. K. HOF- UND UNIVERSITÄTS-BUCHHÄNDLER.

BHS I B 282





DIE
LUFT ALS AUSGLEICHMITTEL DER SEILGEWICHTE
BEI
FÖRDERMASCHINEN.

UNTERSUCHUNG
DER BIS JETZT IM GEBRAUCHE STEHENDEN SEIL AUSGLEICHMITTEL
BEI DER VERTICALFÖRDERUNG UND VERGLEICH DERSELBEN MIT
DER VOM VERFASSEN PATENTIRTEN VORRICHTUNG

VON

HUGO EDLEN v. RETTICH,
INGENIEUR,

S. Z. ASSISTENT BEI DER LEHRKANZEL FÜR MASCHINENBAU AN DER K. K. TECHNISCHEN
HOCHSCHULE IN GRAZ.



WIEN, 1885.

COMMISSIONSVERLAG VON ALFRED HÖLDER

K. K. HOF- UND UNIVERSITÄTS-BUCHHÄNDLER.

**Bayerische
Staatsbibliothek
München**

DEM
HOCHWOLGEBORNEN HERRN
LUDWIG VON VORBECK
GEMEINDERATH DER LANDESHAUPTSTADT GRAZ

AUS
INNIGSTER VEREHRUNG GEWIDMET

VOM VERFASSER.

THE HISTORY OF THE
CITY OF NEW YORK
FROM 1624 TO 1898

BY JOHN EDGAR HOOVER

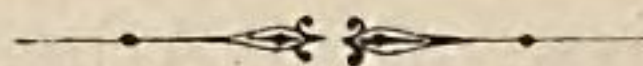
NEW YORK: THE COLUMBIAN UNIVERSITY PRESS, 1898.

NEW YORK: THE COLUMBIAN UNIVERSITY PRESS, 1898.

INHALTS-VERZEICHNISS.

	Seite
Einleitung	1
Die bisher bestehenden Seilausgleichungs-Vorrichtungen	3
Förderseil ohne Ende	3
Ausgleichungsketten	3
Ausgleichungsseile	4
Ausgleichungsgewichte	5
Conische Körbe	7
Bobinen	9
Die Luft als Seilausgleichmittel	13
Förderseile	14
Das cylindrische Seil	14
Das continuirlich sich verjüngende Seil	16
Verhältniss der Arbeit eines continuirlich sich verjüngenden Seiles zur Arbeit des ideellen (cylindrischen) Seiles	24
Theorie des Ausgleichungsmittels	26
Tabelle I und II (Verhältnisse der wirklich resultirenden zu der ideellen Luftspannung nach $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ einer Förderung)	38
Untersuchung der Grösse eines Luftreservoirs	39
Beispiele	41
Tabelle III (Güteverhältnisse beim Arbeiten mit Vacuum)	44
Arbeit der Luft	46
Tabelle IV (Gütegrad der Luftarbeit)	49
Füllung der Reservoirs mit gespannter Luft	50
Erste Art	50
Zweite Art	53
Beispiele	53
Dritte Art	57
Erhöhung des Güteverhältnisses bei Anwendung der Luft-Seilausgleichung —	
Beschleunigung der Massen durch dieselbe	58
Annahmen zur tabellarischen Zusammenstellung	63
Tabellen V, VI, VII und VIII	67—69
Verhalten des Ausgleichmittels beim Fördern aus verschiedenen Tiefen ...	70
Beispiel	71
Temperatur-Verhältnisse der Luft in den Reservoirs	73
Beispiel	77
Zusammenstellung der Formeln zum Gebrauche bei Berechnungen	78
(Siehe auch Seite 115.)	
Beispiel	83

	Seite
Praktische Ausführung des Luft-Seilausgleich-Apparates	85
Details der Pumpe	86
Details der Luftbehälter	91
Garnituren	92
Graduiren der Scala des Wasserstandsglases	93
Berechnung der Fördermaschine bei Anwendung des Luft-Seilausgleichs-Apparates	95
Anwendung des Luft-Seilausgleich-Mittels bei bereits bestehenden Fördermaschinen	99
Die Luft-Seilausgleich-Vorrichtung combinirt mit der conischen Trommel oder Bobine	102
Gütegrad der Ausgleichung der Seilgewichte in einer beliebigen Förderstellung durch die conische Trommel oder Bobine	109
Gütegrad der Arbeit bei Anwendung einer conischen Trommel oder Bobine	112
Gütegrad bei combinirter Seilausgleichung	113
Gebrauch der auf Seite 78 zusammengestellten Formeln bei Anwendung der conischen Trommel ..	114
Numerische Berechnung des Gütegrades der Seilausgleichung bei Anwendung einer Bobine (Beispiel)	116
Beispiel für die combinirte Seilausgleichung und gleichzeitige Anwendung der Formeln für dieselbe	119
Vergleich des Gütegrades des Luft-Seilausgleich-Apparates mit dem der Bobine — Schluss	122



BEZEICHNUNGEN.

m	bedeutet	Meter.
ct	»	Centimeter.
mm	»	Millimeter.
qm	»	Quadratmeter.
qct	»	Quadratcentimeter.
cm	»	Cubikmeter.
cct	»	Cubikcentimeter.
klg	»	Kilogramm.
atm	»	Atmosphären.
lg _n	»	natürlicher Logarithmus.
log	»	gemeiner oder Brigg'scher Logarithmus

Einleitung.

Ein jeder für einen bestimmten Zweck erbauter Motor wird nur mit einer bestimmten constanten Kraft und Geschwindigkeit den besten Effect geben.

Bei Fördermaschinen, welche zur verticalen und geneigten Förderung dienen, darf aber während der ganzen Dauer eines Aufzuges die Kraft der Maschine nicht constant wirken, sobald die abwechselnd ab- und zunehmenden Seilgewichte, beziehungsweise die auf den Kurbelzapfen reducirten resultirenden Seilspannungen, nicht beständig ausgeglichen sind.

Die Dampfmaschine (eine solche betrachtet) muss dann mit verschiedenen Expansionsgraden arbeiten, welcher Umstand ein ungünstiger genannt werden muss, da derselbe, nebst dem, dass die Maschine nicht am ökonomischsten arbeitet, sie auch ein complicirteres System erfordert. Je mehr Bestandtheile aber eine Maschine besitzt, desto mehr Reparaturen wird sie unterworfen sein.

Eine Fördermaschine, besonders diejenige des Bergwerkes, soll jedoch so wenig als möglich an diesen Uebelständen leiden, da sie eine hohe Aufgabe hat; ihr allein werden Schätze und Menschenleben anvertraut, und wenn sie einmal mitten im Betriebe unbrauchbar würde, so kann wohl die grösste Gefahr damit verbunden sein. Anders verhält sich dieses bei Betriebsmaschinen, bei welchen ein Bruch eines Bestandtheiles zumeist nur den Stillstand der betriebenen Arbeitsmaschine nach sich zieht.

Eine Fördermaschine muss demnach eine einfache Maschine sein, die Steuerung derselben soll nur wenige Bestandtheile haben, und sie soll auch nebstdem günstig arbeiten. Dies Alles zu erreichen hängt zunächst nur von den Vorrichtungen ab, welche dazu dienen, die variable Kraftinanspruchnahme der Maschine zu vermeiden, oder doch wenigstens auf ein beschränktes Mass zu bringen.

Diese Mittel sind fast allein die Seilausgleich-Vorrichtungen.

Man war nun vielfach bestrebt diese zu erreichen, und man hat es auch so weit gebracht, für ziemlich grosse Fördertiefen die variablen Kräfte des Seilgewichtes zu reduciren. Für Fördertiefen jedoch, wie sie bereits die Gegenwart aufzuweisen hat, oder zu welchen man wohl in nächster Zukunft noch gelangen wird, reichen die meisten der bestehenden Ausgleich-Vorrichtungen nicht aus.

In wie weit dies geschieht, ferner anderweitige Vor- und Nachtheile derselben zu veranschaulichen, und ein neues Mittel anzugeben, welches womöglich diese Uebelstände aufhebt und auch für sehr grosse Fördertiefen mir anwendbar erscheint, soll die Aufgabe dieser Arbeit sein.

Mir steht hauptsächlich das Werk des Herrn Oberbergrathes v. H a u e r zur Verfügung, welches mehrere der üblichen Seilausgleich-Vorrichtungen zusammengestellt enthält, und ich erlaube mir dasselbe theilweise insoweit für meinen Zweck zu benützen, als es nothwendig wird, diese Mittel mit der speciellen Arbeit über meine angegebene Seilausgleichungs-Vorrichtung in Einklang zu bringen.

Die bisher bestehenden Seilausgleichungs-Vorrichtungen.

Eines der ältesten dieser Mittel ist das Förderseil ohne Ende, welches sowohl am Tage als auch im Sumpfe des Schachtes über eine Seilscheibe gelegt ist; zwischen den beiden herabgehenden Seilstücken sind die Förderschalen eingeschaltet. Die obere Seilscheibe ist auf einer Welle aufgekeilt, welche durch die Maschine angetrieben wird.

Die Reibung zwischen Seil und Seilscheibe ist es allein, welche die Arbeit von letzterer auf die erstere überträgt, und diese muss daher ausreichend gross sein.

Man erreicht eine grosse Friction, indem man die Seilscheibe mit einer keilförmigen Rinne versieht, in welcher sich das Seil nach und nach einklemmt und sich daher auf der entgegengesetzten Seite wieder herausziehen muss.

Es ist einleuchtend, dass diese Vorrichtung das Seil sehr schädigt und dasselbe möglichst bald unbrauchbar macht; ein weiterer Nachtheil ist, dass man hier kein continuirlich sich verjüngendes Seil anwenden kann, weshalb man auch verzichten muss, dieselbe für grössere Fördertiefen verwenden zu können.

Der einzige Vortheil wäre der, dass vollständige Seilausgleichung erreicht wird. Bei einer neuen Förderanlage dürfte dieses Mittel nicht mehr angewendet werden, da die Nachtheile desselben mehr Kosten verursachen als keine Ausgleichung, was bei geringer Fördertiefe ohnehin nicht so ins Gewicht fällt.

Ein zweites Mittel sind die Ausgleichungsketten. Hier werden unterhalb eines jeden Fördergefässes (siehe Fig. 1) Ketten angebracht, welche die gleiche Länge und dasselbe Gewicht erhalten, wie eines der in dem Schacht hängenden Förderseile. Während das oben befindliche Gefäss niedergelassen wird, legt sich die Kette nach und nach am Boden des Schachtes nieder; bei der aufwärts gehenden Förderschale findet das Umgekehrte statt, und zwar wird stets so viel Kette gehoben, als das Seil sich oben verkürzt. Die Last, welche also immer der zu oberst kommende Seilquerschnitt zu tragen hat, bleibt stets die Gleiche.

Eine zweite Art der Anbringung solcher Ausgleichungsketten (siehe Fig. 2) ist die, dass man die Kette doppelt so schwer macht, jedoch nur halb so lang, als das dazugehörige Seil; aus diesem Umstande muss sie sich auch schon in der halben Fördertiefe auflegen können, welcher Zweck aber auch derart erreicht wird, dass die Kette mit dem anderen Ende in der halben Förderhöhe im Schachte befestigt wird.

Angenommen, ein Förderseil von der Länge der Förderhöhe H wiege $G_0 = kH$ (wobei k das Gewicht pro laufenden Meter bedeutet), und die unter dem Fördergefässe befindliche Kette, welche aber nur die Länge $\frac{H}{2}$ hat, ebenfalls $G_0 = k_1 \frac{H}{2}$ (wobei $k_1 = 2k$).

Es sei nun dieses Fördergefäss um l Meter abwärts gekommen, das herunterhängende Seilstück wiegt daher kl Kilogramm, die Kette hat aber nicht um l Meter, sondern um $\frac{l}{2}$ Meter seiner Länge als Gegengewicht eingebüsst, da doch das eine Ende der Kette in halber Höhe befestigt ist, und das Gewicht des Kettenstückes von $\frac{l}{2}$ Meter dieser Befestigungspunkt trägt. Der oberste Seilquerschnitt hat also ausser der Förderlast noch zu tragen: das Gewicht des Seiles $= kl$ mehr dem Gewichte der Kette, d. i.:

$$k_1 \left(\frac{H}{2} - \frac{l}{2} \right) = \frac{k_1}{2} (H - l) = k (H - l) \quad \text{oder im Ganzen}$$

$$kl + k (H - l) = kl = G_0.$$

Auch bei dieser Ausgleichvorrichtung ist ein Seil mit continuirlich abnehmendem Querschnitt nicht anwendbar.

Eine weitere Abart dieser Vorrichtung wäre die, dass man nur eine Kette von der Länge und dem Gewichte beider Seile zusammen nähme und die Enden dieser Kette unten an beiden Förderschalen befestige.

Allein alle diese Einrichtungen sind für die Sicherheit beim Fördern nicht günstig, da die Ketten sich leicht verschlingen. Bei so grossen Fördergeschwindigkeiten, wie man sie heute anwendet, wird man auch diese Ausgleichvorrichtungen nicht gerne gebrauchen.

Um dieses Schlängeln der Ketten zu vermeiden, schlägt Lemielle und Jarolimek vor, statt der Kette ein Seil zu verwenden, welches am Boden des Schachtes zwischen den Rinnen zweier Seilscheiben eingelegt ist, um dadurch dasselbe anspannen zu können.

Mit dieser Einrichtung kann man aber nur immer aus ein- und derselben Tiefe fördern. Wollte man mit ähnlicher Einrichtung aus verschiedenen Horizonten fördern, so wendet man im Ganzen nur ein Seil, welches durch die Fördergefässe hindurch geht, an (siehe Berg- und hüttenmännisches Jahrbuch, Band XXXI, Heft 1 und 2, Seite 36). Die Verbindung der letzteren mit dem Seile erfolgt durch eine Baumann'sche Seilklemme; man ist damit im Stande, die Schalen an verschiedenen Stellen des Seiles zu befestigen.

Diese Förderungsmethode soll eine gute sein, jedoch kann diese nur dann stattfinden, wenn die Förderschale so eingerichtet ist, dass zwei Förderwägen neben- oder hintereinander stehen, da das Seil stets durch den Schwerpunkt der Schale gehen muss.

Fig. 3 zeigt uns eine Seilausgleich-Vorrichtung mit Gegengewicht, deren Princip folgendes wäre. Auf der Trommelwelle sitzt ausser den Treibkörben noch eine kleine Bobine, deren Bandseil in ein eigenes Schächtchen führt, am Ende dieses Seiles befindet sich das Gegengewicht.

Das Seil wird vollständig abgewickelt sein, sobald die Fördergefässe im Schacht sich begegnen. Bei Beginn und zu Ende einer Förderung wird stets das Bandseil nach der einen oder anderen Richtung auf die Bobine aufgewickelt erscheinen, und bei diesen Stellungen wirkt das Gewicht an einem grössten Hebelsarm, da der Aufwindungs-Halbmesser am grössten sein wird, weshalb auch das Gegengewicht in diesen Momenten am stärksten zur Geltung kommt. Auch ist gerade in jenen Augenblicken das resultirende Seilgewicht am grössten. Bei der Stellung, wo beide Fördergefässe sich begegnen, ist kein Seilausgleich nothwendig, und das Bandseil der Bobine wird den kleinsten Aufwindungs-Radius haben; man sieht, dass auf diese Weise ein Seilausgleich stattfindet. Derselbe ist keineswegs ein vollständiger, da das Gewicht plötzlich nach dem halben Förderweg die fördernde Wirkung in die verzögernde verwandelt.

Eine weitere Vorrichtung mit Ausgleichgewichten ist diejenige mit dem Ausgleichungshunde. Auf der Fördertrommelwelle sitzt wieder eine kleine Trommel (s. Fig. 4), auf welcher sich ein Seil auf- und abwindet, u. zw. auf die Weise, dass nach der halben Förderung dasselbe vollständig abgewickelt und nach der ganzen Förderung nach der entgegengesetzten Richtung wieder aufgewunden wird. Am Ende des Seiles ist der Ausgleichungshund befestigt, welcher nichts Anderes, als ein belasteter Wagen ist. Die Neigung der Bahn, auf welcher das Gewicht fährt, muss derart gegen die

Horizontale sein, dass die Componente der Last in der Richtung des Seiles jeweilig der Differenz der Förderseilgewichte entspricht.

N ö g g e r a t h macht den Vorschlag, statt einen eigenen Karren anzuwenden und ihn auf einer eigenen Bahn zu führen, das Gewicht an ein Seil aufzuhängen, und den Aufhängepunkt so zu wählen, dass das Aufhängeseil während des Aufwindens des Gewichtes sich an eine Curve $a b$ (siehe Fig. 4) legt, welche Linie so construirt sein muss, dass sie die Evolute der Gewichtsbahn bildet. Für eine angenäherte Ausgleichung kann jedoch diese Curve entfallen. Auch diese Vorrichtungen werden bei grosser Schachttiefe nicht genügen.

J a r o l i m e k schlägt folgendes Mittel zur Seilausgleichung vor. In einer Schachttiefe von $\frac{1}{3} H$ ($H =$ ganze Förderhöhe) werden Aufsetzvorrichtungen angebracht, dieselben müssen sich an den anderen Seiten des Schachtes befinden, als die Aufsetzvorrichtungen der Schale selbst. Auf den ersteren liegen Gewichte, welche so geformt sind, dass sie die Schale beim Aufwärtsgange sofort abheben und mitnehmen kann; sie erhalten ein Gewicht, welches $\frac{2}{3}$ vom Seilgewichte G_0 ist. Befindet sich eine Schale ganz oben, so ruht auf ihr das Gewicht von $\frac{2}{3} G_0$; die andere Schale, welche ganz unten ist, ist nicht belastet. Das resultirende Seilgewicht wäre an dieser Stelle ohne Ausgleichgewicht gleich G_0 , so aber gleich G_0 weniger $\frac{2}{3} G_0$, d. i. gleich $\frac{1}{3} G_0$. Verfolgt man die Förderung weiter, so wäre kurz vor $\frac{H}{3}$ Fördertiefe das Seilübergewicht $\frac{2}{3} G_0 - \left(\frac{1}{3} G_0 + \frac{2}{3} G_0 \right) = - \frac{1}{3} G_0$ und unmittelbar nach $\frac{H}{3}$ d. i. nach Abgeben des Gewichtes $\left(\frac{2}{3} G_0 - \frac{1}{3} G_0 \right) = + \frac{1}{3} G_0$; kurz vor $\frac{2}{3} H$ Fördertiefe wird das resultirende Gewicht $\frac{1}{3} G_0 - \frac{2}{3} G_0 = - \frac{1}{3} G_0$ und gleich nach $\frac{2}{3} H$ (nach Aufnehmen des Gewichtes von der anderen Schale) $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) G_0 - \frac{2}{3} G_0 = + \frac{1}{3} G_0$ sein, und am Ende der Förderung wieder $\left(\frac{2}{3} G_0 - G_0 \right) = - \frac{1}{3} G_0$.

Man sieht, dass das resultirende (ausgeglichene) Förderseil die fördernde Wirkung momentan in die entgegengesetzte, in die verzögernde umändert. In Wirklichkeit verhält sich die Sache so, dass der Widerstand in 3 Perioden von $\left(q + \frac{1}{3} G_0\right)$ bis $\left(q - \frac{1}{3} G_0\right)$ abnimmt (wobei q die Nutzlast), während ohne Ausgleich-Vorrichtung der Widerstand von $(q + G_0)$ auf $(q - G_0)$ sinken würde.

Man sieht deutlich, dass bei dieser Vorrichtung beim Aufnehmen und Abgeben der Ausgleichungsgewichte Stösse auftreten werden, welche, um nicht nachtheilig zu wirken, sofort von der Dampfmaschine aufgehoben werden müssen; dies erfordert aber eine ununterbrochene Aufmerksamkeit des Maschinenwärters, damit er stets an diesen Punkten keine zu grosse Fördergeschwindigkeit eintreten lässt.

Die Maschine muss daher immer das Füllungsverhältniss ändern. Ein continuirlich sich verjüngendes Seil ist bei dieser Vorrichtung nicht anzubringen.

Durch alle diese Ausgleichungsmittel, welche bisher besprochen wurden, werden die Reibungen, welche die grossen Gewichte hervorbringen, ebenfalls gross, und die Maschine hat daher einen grösseren Kraftaufwand zu leisten, als die Nutzlast sammt der todten Last erfordern würde. Auch kommen bei diesen Einrichtungen sehr grosse Massen vor, die bei Beginn einer Förderung alle beschleunigt und zu Ende derselben aber wieder verzögert werden müssen.

Die lebendige Kraft dieser Massen wird gross, daher auch die Arbeit, welche die Maschine zu leisten hat.

Am besten und am ökonomischsten wird, für gewisse Grenzen, die Seilausgleichung durch conische Treibkörbe und Bobinen bis jetzt bewerkstelligt. Diese beiden Arten sind auch am häufigsten im Gebrauche.

Conische Körbe: Hier erhalten die Treibkörbe die Form von abgestutzten Kegeln. Die Seile werden derart aufgewickelt, dass dieselben bei der höchsten Stellung der Fördergefässe am grössten Umfang der Trommel (siehe Fig. 5) hängen, im entgegengesetzten Falle aber den kleinsten Radius derselben als Hebelsarm erhalten. Man sieht schon deutlich, dass auf diese Art eine Ausgleichung der Seilgewichte vor sich geht, und zwar dann, wenn die resultirenden Momente der Seile zu Anfang und zu Ende eines Aufzuges einander gleich werden.

Es bezeichne im Folgenden: q die Nutzlast, F die Gewichte der Fördergefässe für ein Seil und G_0 das Gewicht eines Seiles. Die übrigen Bezeichnungen sind aus Fig. 5 zu entnehmen.

Das anfänglich resultirende Moment ist:

$$(q + F + G_0) R_k - F R_g$$

das schliesslich resultirende Moment ist:

$$(q + F) R_g - (F + G_0) R_k$$

daraus folgt, wenn man beide Werthe einander gleichsetzt:

$$R_g = \left(1 + \frac{2 G_0}{2 F + q}\right) R_k = C R_k$$

wobei

$$C = 1 + \frac{2 G_0}{2 F + q}$$

Der kleine Halbmesser R_k hängt von der Construction des Seiles ab (siehe später Seite 14); der mittlere Halbmesser R wird gleich dem arithmetischen Mittel des grossen und kleinen Radius sein:

$$R = \frac{R_g + R_k}{2}$$

Wenn die Entfernung der Axen zweier Seilwindungen, gemessen in der Axenrichtung der Trommel, gleich e ist, und u die Anzahl der Windungen, welche nothwendig ist, um ein Seil von der Länge H aufzuwinden, also u auch gleich die Umdrehungsanzahl der Trommel für eine Förderung bedeutet, so ist:

$$H = 2 \pi R u$$

$$u = \frac{H}{2 \pi R}$$

und die Trommelbreite:

$$b = u e = \frac{H}{2 \pi R} e$$

wenn angenommen wurde, dass die Windungen dicht nebeneinander liegen.

Der Neigungswinkel der Kegelseite zur Axenrichtung sei α , und es wird dann, wenn d den Seildurchmesser bezeichnet (siehe Fig. 33)

$$e = d \cos \alpha$$

ferner:

$$R_g - R_k = b \tan \alpha$$

multiplicirt man die beiden Gleichungen miteinander und setzt den Werth für R_g ein, so erhält man:

$$e R_k (C - 1) = b d \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{e R_k (C - 1)}{b d}$$

$$\sin \alpha = \frac{R_k^2 (C^2 - 1) \pi}{H d}$$

Je grösser die Fördertiefe wird, desto grösser wird G_0 , und daher auch C ; C kommt aber in diesem Ausdrucke im Quadrate vor, während H nur in der ersten Potenz im Nenner sich befindet. α wächst deshalb mit der Fördertiefe.

Aus praktischen Gründen aber soll die Conicität (α) der Trommel nicht mehr als $22\frac{1}{2}^\circ$ betragen, weshalb also mit diesem Werthe eine nahezu vollständig Seilausgleichung ihre Grenzen findet. Gerade bei tiefen Schächten, wo eine Ausgleichung der Seile am wünschenswerthesten ist, kann diese Vorrichtung nicht vollständig ausreichen, und man muss sich mit nur theilweiser Ausgleichung begnügen.

Sind die Seiltrommeln abgestutzte Kegel, so wird die Seilausgleichung theoretisch nie eine vollständige sein.

Das Profil der Trommel, welches sich für theoretisch richtigen vollkommenen Seilausgleich eignet, wäre das in Fig. 6 (übermässig) gezeichnete, welche Curve v. Reiche in seinem Werke »Die Berechnung und Construction der wichtigsten Werkzeug-Dampfmaschinen« richtig verzeichnet hat. (Die analytische Gleichung der Profilvercurve lässt sich auch leicht aus den Formeln, welche im Schlusscapitel vorkommen, ableiten.) Diese Form den Trommeln zu geben, wäre kostspielig; übrigens erhält man durch die rein conische Trommel für die Praxis hinreichend genaue Seilausgleichung.

Würde der Neigungswinkel bei den conischen Trommeln gleich 90 Grade werden, so erhält man der Theorie nach die Bobine. Man hat versucht, für dieselbe ein Rundseil anzuwenden, und hat die Windungen desselben übereinandergelegt; jedoch das Seil litt ausserordentlich durch die Pressungen der übereinanderliegenden Windungen, so dass man wieder davon abgekommen ist.

Man verwendet in dieser Art jetzt nur die Flach- oder Bandseile.

Analog, wie bei conischen Körben, wächst auch bei Anwendung der Bobine beim Aufwinden des Seiles der Hebelsarm (das ist der Aufwindungs-Radius) und beim Abwinden vermindert er sich auf gleiche Weise. Die Berechnung des kleinen und grössten Halbmessers ist somit auf dieselbe Art durchzuführen, wie bei den conischen Trommeln. Der kleine Radius R_k bedeutet bei der Bobine dann den Halbmesser des Kernes (s. Fig. 7).

Es war $R_g = CR_k$, wobei $C = 1 + \frac{2G_0}{2F + q}$ ist. R_g bezeichnet dann den äussersten Radius, auf welchen sich das Bandseil noch aufwickelt, und d_1 die Dicke des Seiles. $(R_g^2 \pi - R_k^2 \pi)$ ist die

Seitenfläche des vollständig aufgewickelten Seiles auf die Bobine und diese muss offenbar gleich sein der Seitenfläche des Seiles, wenn es vollständig in den Schacht hinabhängt $= Hd_1$.

$$(R_g^2 - R_k^2) \pi = Hd_1$$

Wenn man die Fördertiefe H in Meter, die übrigen Dimensionen aber in Centimeter einsetzt, so geht die Formel nach Substitution des Werthes für R_g über in:

$$100 Hd_1 = R_k^2 (C^2 - 1) \pi$$

und es wird

$$R_k = 10 \sqrt{\frac{Hd_1}{\pi (C^2 - 1)}}$$

Nun hängt der Halbmesser R_k nach dieser Formel mit der Dicke des Seiles zusammen, anderseits aber auch durch später bei der Seilberechnung gegebenen Formeln, direct mit dem Durchmesser der Bandseile, beziehungsweise mit deren Drahtdurchmesser.

Vor Allem muss der Radius R_k dem gewählten Drahtdurchmesser angepasst werden, die folgende Formel bestimmt:

$$R_k = \frac{E}{2(\mathfrak{S} - \mathfrak{S}')} \delta$$

welcher Ausdruck später näher erklärt werden wird.

Fällt der Halbmesser R_k grösser als R aus, so ist dies für eine vollständige Seilausgleichung günstig, die Grenze von R_k ist aber der Werth für R . Würde R_k kleiner sein als R , welchen Werth man nicht praktisch verwerthen dürfte, so kann man, indem man $R_k = R$ setzt, durch die Anwendung der Bobine nur eine mangelhafte Seilausgleichung erzielen, mit welcher man sich heutzutage begnügen muss.

Es gibt noch ein Mittel, den Werth R_k zu vergrössern, ohne die Dicke des eigentlichen Förderbandseiles zu verstärken; man muss aber dann noch eine zweite, beziehungsweise eine dritte und vierte Bobine auf eine besondere Welle aufstellen. Auf diese Bobine wickelt sich ebenfalls ein Bandseil auf, welches man aber jedenfalls aus Hanf oder weicherem Materiale als Eisendraht herstellen wird, und lässt während der Förderung dieses Hanfseil gleichzeitig unter jede Windung des Förderbandseiles auf die Förderbobine aufwickeln.

Die Formel für R_k ändert sich dann in folgende um:

$$R_k = 10 \sqrt{\frac{H(d_1 + d_2)}{\pi (C^2 - 1)}}$$

wobei d_2 die Dicke des Hanfseiles bedeutet.

Bei Anwendung dieser Vorrichtung ist wieder eine grosse Masse von der Dampfmaschine in Bewegung zu setzen, und das Hanfseil leidet ungemein, so dass es bald durch ein neues ersetzt werden muss.

Freilich dadurch, dass das Drahtseil sich auf den Hanf weich bettet, wird dasselbe mehr geschont, als wenn es seine Windungen direct übereinander legen würde.

Die Bobine selbst ist im Allgemeinen nebst den conischen Körben eines der geschätztesten Seilausgleichungsmittel, obwohl auch bei ihrer Anwendung Uebelstände nicht zu vermeiden sind. Es wurde erwähnt, dass der kleinste Aufwindungs-Halbmesser sein Minimum erreicht, sobald er den Werth R bekommt, nun soll überhaupt der Halbmesser bei anderen Vorrichtungen diesen Werth niemals erhalten, und es ist nur Ausnahme, dass man sich bei Bobinen eine so geringe Dimension erlaubt. Ein kleiner Trommelradius verursacht eine bedeutende Mehrbeanspruchung des Seiles; diese kann vermindert werden, indem man feinere Drähte zum Seile verwendet, denn diese vertragen eine starke Biegung, allein sie nützen sich schneller ab und unterliegen mehr dem Roste als stärkere. Bei kleinem Halbmesser wird ferner eine zu grosse Tourenzahl nothwendig, um jene Fördergeschwindigkeiten zu erreichen, welche gegenwärtig angewendet werden.

Ich glaube nun, dass meine Vorrichtung, welche ich im Folgenden eingehend behandeln werde, beinahe alle diese Uebelstände der bisher besprochenen Seilausgleichungs-Mittel entbehrt; der Schacht wird vollkommen von derselben frei gehalten; die von der Maschine in Bewegung zu setzenden Massen, ausser Seil, Fördergefässe und Nutzlast, werden auf ein Minimum reducirt; die Förderseile werden weiter durch kein Gewicht mehr beansprucht, als durch die Nutzlast, Förderschalen und Eigengewicht, und sie können continuirlich verjüngte Profile erhalten. Die Trommel kann einen genügend grossen Durchmesser bekommen und ist von der einfachsten cylindrischen Form herzustellen. Diese Seilausgleich-Vorrichtung ist in einem hohen Grade vollständig, weshalb auch ein complicirtes Maschinensystem zur Förderung entfällt. Zu Gunsten des Letzteren tritt noch der Umstand, dass durch diese meine Vorrichtung auch ein Theil der zu beschleunigenden Massen nicht die Arbeit der Dampfmaschine beansprucht. Ferner kann man aus beliebigen Fördertiefen eines Schachtes ohne das Güteverhältniss der Seilausglei-

chung zu beeinträchtigen, fördern. Und zuletzt soll noch erwähnt werden, dass diese Vorrichtung selbst für sehr grosse Fördertiefen, d. i. über 1000 Meter, noch eine vollkommen zu nennende Seil- ausgleichung gestattet.

Meines Wissens ist eine solche Ausgleichungs-Vorrichtung nicht ausgeführt, und es wird natürlicherweise, im Falle, dass dieses Mittel angewendet würde, die Praxis die Theorie corrigiren. Man dürfte vielleicht auf Hindernisse stossen, welche ich bei Entwicklung der Formeln nicht voraussetzen konnte, dessenungeachtet scheute ich die Arbeit nicht und verwerthete meine Kenntnisse, um, wenn möglich, sie auch dem allgemeinen Interesse nutzbringend zuzuwenden.

Die Luft als Seilausgleichungsmittel.

Das Princip dieser Ausgleichung wäre kurz folgendes: Die nach hinten verlängerte Kolbenstange der Fördermaschine diene gleichzeitig als Kolbenstange einer Pumpe, welche aus einem Luftreservoir Luft saugt und in einen zweiten ebensolchen Behälter die Luft drückt.

Angenommen, bei der mittleren Stellung der Fördergefäße sei in beiden Reservoirien dieselbe Luftspannung, so ersieht man leicht, dass durch das Pumpen die Luft in dem einen Reservoir verdichtet, im anderen aber verdünnt wird; auf den Kolben der Pumpe wirkt dann der resultirende Luftdruck, u. zw. wird, bei jener Stellung, wo das eine Fördergefäß im Schachte abwechselnd ganz oben, das andere unten sich befindet, in dem einen Behälter die Luft am meisten verdichtet, und im andern am meisten verdünnt sein. Wird jetzt entgegengesetzt gefördert, so wird nach der vollständigen Förderung das Reservoir, welches früher die verdichtete Luft enthielt, dann verdünnte Luft enthalten, und umgekehrt im andern Behälter wird sich comprimirt Luft befinden.

Zu diesem Verdichten und Verdünnen der Luft soll nun immer das Seilübergewicht verwendet werden, und man sieht, dass es schon Sache der Natur ist, dass die Luft da immer als Gegengewicht des überschüssigen Seilgewichtes auftritt.

Bevor der Vorgang des Luftpumpens näher betrachtet werden kann, muss das Gesetz aufgestellt werden, nach welchem das resultirende Seilgewicht ab- und zunimmt.

Meine Aufgabe vor Allem ist daher, die Arbeit des Seiles, welche ich kurzwegs mit »Seilarbeit« bezeichnen will, ferner die jeweilige resultirende Kraft — Seilkraft — zu der entsprechenden Stellung der Förderschale, sowohl durch Rechnung als auch durch Zeichnung zu veranschaulichen.

Förderseile.

Zur Berechnung des Drahtseiles im Allgemeinen seien folgende Daten und Formeln zu verwenden.

Bezeichnet k das Gewicht eines cylindrischen Seiles pro Meter Länge, so ist zu nehmen

$$k = 0.75 \, n_1 \, \delta^2$$

wobei n_1 die Anzahl der Drähte im Seile und δ den Durchmesser eines Drahtes in Centimeter bedeutet. Wenn ferner $\mathfrak{S}'$ die zulässige Spannung pro Quadratcentimeter Seilquerschnitt ist, und $\mathfrak{S}$ die zulässige Beanspruchung, welche nicht überschritten werden darf, durch Biegung des Seiles um die Trommel mehr der zulässigen Zugbelastung $\mathfrak{S}'$, und E den Elasticitätsmodul des Drahtmaterials bezeichnet, so ist zu nehmen:

für Eisendraht: $\mathfrak{S}' = 900$ bis 1100 klg pro qct
 $\mathfrak{S} = 2500$ bis 2800 klg pro qct
 und $E = 2,000.000$;

für Stahldraht: $\mathfrak{S}' = 1500$ bis 2000 klg pro qct
 $\mathfrak{S} = 3000$ bis 4000 klg pro qct
 und $E = 2,750.000$.

Der Durchmesser d eines Seiles bestimmt sich für das Rundseil aus der Gleichung:

$$d = 1.5 \, \delta \, \sqrt{n_1}$$

die Dicke eines Bandseiles aus der Gleichung:

$$d = (1.5 \, \sqrt{n_2} + 1) \, \delta$$

wobei n_2 die Anzahl der Drähte im Rundseile des Flachseiles bedeutet.

Der Seiltrommel-Durchmesser D

$$D = 2 \, R = \frac{E}{\mathfrak{S} - \mathfrak{S}'} \, \delta$$

andererseits nimmt man auch in der Praxis

$$R \geq 36 \, d \text{ bis } 70 \, d.$$

Für das cylindrische Seil gelten ferner folgende Formeln:

Ist Q die Seilbelastung, so findet sich

$$n_1 \delta^2 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \mathfrak{S}' + k H}$$

wobei H die Länge des Seiles in Meter bedeutet, oder nach v. Hauer genau genug

$$n_1 \delta^2 = \frac{4}{3} \frac{Q}{\mathfrak{S}' + H}$$

Das Gewicht eines cylindrischen Seiles von der Länge l in Meter ist:

$$g_l = k l$$

Sei H die gesammte Förderhöhe in Meter, so kann nun die Arbeit berechnet werden, welche erfordert wird, um das eine Seil z. B. um eine Länge l in Meter aufzuwinden, während das andere um dieselbe Höhe abwärts sinkt.

Die Differenz der Seilgewichte (siehe Fig. 8), nachdem das eine Seil um l Meter gesenkt, das andere um $(H - l)$ Meter gehoben wurde, ist

$$G_l = g_{(H-l)} - g_l = k (H - l) - k l = k (H - 2 l),$$

welcher Ausdruck die Gleichung der Seilkraft ist.

Für den Weg der ganzen Förderhöhe wird $l = H$, und der absolute Werth von G_l wird

$$G_H = - k H$$

oder gleich dem Werthe, für $l = 0$,

$$G_0 = k H$$

Das Differential der Seilarbeit ist

$$d A = G_l d l = k (H - 2 l) d l$$

und die Arbeit, welche geleistet würde, indem das eine Seil um $(l_2 - l_1)$ Meter gehoben, das andere um denselben Weg gesenkt wurde, ist:

$$A \Big|_{l_1}^{l_2} = \int_{l_1}^{l_2} k (H - 2 l) d l = k \left\{ \int_{l_1}^{l_2} H d l - 2 \int_{l_1}^{l_2} l d l \right\}$$

$$A \Big|_{l_1}^{l_2} = k \left\{ H (l_2 - l_1) - 2 \left(\frac{l_2^2}{2} - \frac{l_1^2}{2} \right) \right\} = k \left\{ H (l_2 - l_1) - (l_2^2 - l_1^2) \right\}$$

$$\text{für } l_1 = 0 \text{ und } l_2 = l \Big\} \text{ wird } A \Big|_0^l = k (H l - l^2) = k l (H - l)$$

und die Arbeit, welche geleistet würde, während des halben Förderweges:

$$\text{für } l = \frac{H}{2} \quad A \int_0^{\frac{H}{2}} = k \frac{H}{2} \frac{H}{2} = G_0 \frac{H}{4}$$

Wollen wir diese Arbeit auch graphisch ermitteln. Beim Beginn des Förderns ist das Seilgewicht des herabgehenden Seiles gleich Null, dann wächst es stetig mit der Fördertiefe bis zu seinem Maximum g_0 ; das Umgekehrte ist der Fall beim hinaufgehenden Seile, dieses hat bei Beginn der Förderung zuerst das Maximalgewicht g_0 und zum Schlusse kein Gewicht. Trägt man diese jeweiligen Seilgewichte (siehe Fig. 9) als Ordinaten eines Axensystems zu den dazugehörigen Fördertiefen, welche als Abscissen dienen, auf, und verbindet man die so gefundenen Punkte der Reihe nach durch eine continuirliche Linie CB , so wird diese letztere eine Gerade sein, welche auch unsere frühere Gleichung als solche kennzeichnet.

Die Arbeit des aufwärtsgehenden Seiles stellt uns das Dreieck ABC , die des abwärtsgehenden das Dreieck ABD dar. Die resultirende Seilarbeit von Anfang der Förderung bis zur halben Schachttiefe repräsentirt uns die Fläche $CAFE$ weniger der Fläche AFE , also das Dreieck AEC ; in der zweiten Hälfte der Förderung ist die Seilarbeit, wenn die erstere als positive genommen, durch das Dreieck EBD , aber negativ, verzeichnet.

Diese beiden Flächen sind einander gleich, was beweist, dass die positive Arbeit gleich der negativen sein muss.

Ich will diese Seilarbeit nun immer nur bis zur halben Fördertiefe betrachten, da ja die in der zweiten Hälfte Geleistete ganz congruent mit dieser sein wird. Diese Arbeit auf ein neues Axensystem übertragen, gibt uns Fig. 10, und man sieht, dass die Seilkraftcurve CE genau unserer früher entwickelten Gleichung, als Gerade, entspricht.

Man hätte diese Figuren gleich durch einfacheres Vorgehen construiren können, allein ich habe diesen Weg gewählt, um dieselben leichter mit Nachfolgendem in Vergleich ziehen zu können. Das Gleiche gilt von vorhergehender Rechnung durch Integration, welche auf elementarem Wege auch einfach durchgeführt werden könnte.

Für das continuirlich sich verjüngende Seil gelten dann weiter folgende Regeln und Formeln:

Wenn wieder k das Seilgewicht pro Meter Länge eines cylindrischen Seiles bedeutet, und n_1 die Anzahl der Drähte im Seile,

ferner δ den Drahtdurchmesser, so ist die Summe der Drahtquerschnitte senkrecht zur Drahtachse gleich

$$q = n_1 \delta^2 \frac{\pi}{4}, \text{ daraus } n_1 \delta^2 = \frac{4}{\pi} q$$

und $k = 0.75 \frac{4}{\pi} q (= 0.955 q)$.

Für das Seil von gleicher Festigkeit, welches das Profil Fig. 11 besitzt, ist das Differential des Seilgewichtes

$$k \, dl = 0.75 \frac{4}{\pi} q \, dl,$$

wenn nun wieder $\mathfrak{S}'$ die zulässige Beanspruchung des Drahtes durch Zug bedeutet, so muss das Differential des Querschnittes der Drähte in der Entfernung l , multiplicirt mit der zulässigen Spannung $\mathfrak{S}'$

gleich sein dem Gewichtszuwachs $k \frac{dl}{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2}$, wobei α_1 und α_2

die Winkel bezeichnen, welche die Drahtachsen mit der Litzenachse und diese mit der Seilachse einschliessen. Wären die Seile zum Tau gewunden, so müsste man noch den Werth von $\cos \alpha_3$ den beiden Werthen $\cos \alpha_1$ und $\cos \alpha_2$ hinzufügen, und α_3 würde dann der Neigungswinkel der Seilachse zur Tauachse sein.

Es ist also:

$$\mathfrak{S}' \, dq = k \frac{dl}{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2}$$

den Werth von k eingesetzt, gibt:

$$\mathfrak{S}' \, dq = 0.75 q \frac{4}{\pi} \frac{dl}{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2}$$

setzt man $\frac{\pi}{4} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2$, beziehungsweise $\frac{\pi}{4} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \cos \alpha_3 = a$,

so ist für $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 17^\circ$

für ein Seil von zweifacher Drehung $a = 0.718$

» » » » dreifacher » $a = 0.687$

und es wird

$$\mathfrak{S}' \, dq = \frac{0.75}{a} q \, dl$$

Integriren wir zwischen den Grenzen q_0 (unterster Querschnitt) und q (Querschnitt in der Entfernung l), so ist:

$$\int_{q_0}^q \frac{dq}{q} = \int_0^l \frac{0.75}{a} \frac{dl}{\mathfrak{S}'},$$

und wir erhalten:

$$\lg_n \frac{q}{q_0} = \frac{0.75 l}{a \mathfrak{S}'}$$

Der unterste Querschnitt q_0 hat bloß das Gewicht Q des Fördergefäßes sammt Ladung zu tragen und es wird sein

$$q_0 = \frac{Q}{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2} = \frac{\pi}{4 a} Q$$

oder

$$q_0 = \frac{\pi}{4} \frac{Q}{a \mathfrak{S}'}$$

setzt man diesen Werth in vorhergehende Gleichung ein, so erhält man

$$\lg_n q \frac{4 a \mathfrak{S}'}{\pi Q} = \frac{0.75 l}{a \mathfrak{S}'}$$

Setzt man den Ausdruck

$$\frac{0.75}{a \mathfrak{S}'} = \zeta,$$

so wird für ein Seil von zweifacher Drehung $\zeta = \frac{1}{0.957 \mathfrak{S}'}$

und „ „ „ „ dreifacher „ $\zeta = \frac{1}{0.916 \mathfrak{S}'}$

es wird dann weiter

$$q = \frac{\pi}{4} \frac{Q}{a \mathfrak{S}'} e^{\zeta l},$$

wobei e die Basis der natürlichen Logarithmen ist ($e = 2.7182818$); für q den Werth eingesetzt, gibt:

$$n_1 \delta^2 = \frac{Q}{a \mathfrak{S}'} e^{\zeta l}$$

nun ist

$$k dl = \frac{4}{\pi} 0.75 q dl = \frac{4}{\pi} 0.75 \frac{\pi}{4} \frac{Q}{a \mathfrak{S}'} e^{\zeta l} dl$$

und es wird dann das Differential des Seilgewichtes weiter gleich:

$$k dl = \zeta Q e^{\zeta l} dl$$

und das Gewicht eines Seiles von der Länge $(l - l_2)$ bis $(l - l_1)$

$$\int_{l_1}^{l_2} k dl = \zeta Q \int_{l_1}^{l_2} e^{\zeta l} dl \text{ und dieses ist weiter}$$

$$\int_{l_1}^{l_2} k dl = Q \int_{l_1}^{l_2} e^{\zeta l} d(\zeta l) = Q \left\{ e^{\zeta l_2} - e^{\zeta l_1} \right\}$$

setzt man für $l_1 = l$ und $l_2 = 0$,

so erhält man das Seilgewicht von der Länge l

$$g_2 = - Q \{ e^{\zeta l} - 1 \}$$

und für $l_1 = 0$ und $l_2 = (H-l)$ gesetzt, gibt

$$g_1 = Q \{ e^{\zeta(H-l)} - 1 \}$$

Das resultirende Gewicht beider Seilstücke — die »Seilkraft«, wie ich sie der Kürze halber benennen will — ist nach einer Förderung von l m gleich

$$G_l = g_1 + g_2 = Q \{ e^{\zeta(H-l)} - 1 - e^{\zeta l} + 1 \} = Q \{ e^{\zeta(H-l)} - e^{\zeta l} \} \text{ klg}$$

und die Seilkraft nach der ganzen Förderung findet man, indem $l = 0$ gesetzt wird, als:

$$G_0 = Q \{ e^{\zeta H} - 1 \}$$

was natürlicherweise gleich dem Gewicht g_0 eines Seiles ist.

Arbeits-Berechnung des continuirlich sich verjüngenden Seiles:

Wird ein Gewicht, hier allgemein G_l , die Strecke dl gehoben so wird ein Differential der Arbeit geleistet

$$dA = G_l dl;$$

würde man diese Gleichung zwischen den Grenzen $l = 0$ und $l = \frac{H}{2}$ integrieren, so erhält man die Arbeit des Seiles, welche während der Dauer der halben Förderzeit verrichtet werden muss

$$A \Big|_0^{\frac{H}{2}} = \int_0^{\frac{H}{2}} G_l dl = \int_0^{\frac{H}{2}} Q e^{\zeta(H-l)} dl - \int_0^{\frac{H}{2}} Q e^{\zeta l} dl$$

wenn man den Werth von G_l in die Gleichung einsetzt, ist:

$$A \Big|_0^{\frac{H}{2}} = \int_0^{\frac{H}{2}} Q e^{\zeta H} e^{(-\zeta l)} dl - \int_0^{\frac{H}{2}} Q e^{\zeta l} dl$$

$$A \Big|_0^{\frac{H}{2}} = - \frac{Q}{\zeta} e^{\zeta H} \int_0^{\frac{H}{2}} e^{(-\zeta l)} d(-\zeta l) - \frac{Q}{\zeta} \int_0^{\frac{H}{2}} e^{\zeta l} d(\zeta l)$$

$$A \Big\}_{\frac{H}{2}}^0 = -\frac{Q}{\zeta} e^{\zeta H} \left(e^{\left(-\zeta \frac{H}{2}\right)} - 1 \right) - \frac{Q}{\zeta} \left(e^{\zeta \frac{H}{2}} - 1 \right)$$

$$A \Big\}_{\frac{H}{2}}^0 = -\frac{Q}{\zeta} \left(e^{\zeta \left(H - \frac{H}{2}\right)} - e^{\zeta H} \right) - \frac{Q}{\zeta} \left(e^{\zeta \frac{H}{2}} - 1 \right)$$

$$A \Big\}_{\frac{H}{2}}^0 = \frac{Q}{\zeta} \left\{ e^{\zeta H} - e^{\zeta \frac{H}{2}} - e^{\zeta \frac{H}{2}} + 1 \right\}$$

und die Seilarbeit bis zur halben Fördertiefe wird

$$A \Big\}_{\frac{H}{2}}^0 = \frac{Q}{\zeta} \left\{ e^{\zeta H} - 2 e^{\zeta \frac{H}{2}} + 1 \right\}$$

Löst man e^x in eine Reihe auf, so ist sie folgende:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \dots$$

lässt man die Potenzen von 3 angefangen als kleine Werthe fort und verwandelt obigen Ausdruck in eine Reihe, so erhält man:

$$A \Big\}_{\frac{H}{2}}^0 = \frac{Q}{\zeta} \left\{ 1 + \zeta H + \frac{\zeta^2 H^2}{2} - 2 \left(1 + \frac{\zeta H}{2} + \frac{\zeta^2 H^2}{8} \right) + 1 \right\}$$

$$A \Big\}_{\frac{H}{2}}^0 = \frac{Q}{\zeta} \left\{ 1 + \zeta H + \frac{\zeta^2 H^2}{2} - 2 - \zeta H - \frac{\zeta^2 H^2}{4} + 1 \right\}$$

und
$$A \Big\}_{\frac{H}{2}}^0 = \frac{Q}{\zeta} \frac{\zeta^2 H^2}{4} = Q \zeta \frac{H^2}{4}$$

Würde man dieselbe Operation mit der Gleichung für G_l machen und die Werthe von der zweiten Potenz an weglassen, so erhält man:

$$G_l = Q (e^{\zeta(H-l)} - e^{\zeta l}) = Q (1 + \zeta H - \zeta l - 1 - \zeta l)$$

$$G_l = Q \zeta (H - 2l) = Q \zeta H \left(1 - 2 \frac{l}{H} \right)$$

welcher Ausdruck der Gleichung einer geraden Linie entspricht.

Verzeichnen wir uns wieder die Seilgewichts-Curven, indem wir für gewisse Intervalle der Fördertiefe die Werthe von G_l berechnen und als Ordinaten eines Coordinaten-Systems auftragen (Fig. 12), so finden wir, dass die Curve CEB die Gewichtscurve des aufwärtsgehenden und AED die des abwärtsgehenden Seiles ist.

Die Arbeit des ersteren für die halbe Fördertiefe ist dann die Fläche $ACEF$, die des niedergehenden Seiles die Fläche AEF .

Die Differenz dieser Flächen gibt wieder die resultirende Seilarbeit, d. i. die Fläche ACE .

Würde man abermals die Seilkräfte für die halbe Förderhöhe auf ein Coordinaten-System beziehen, so findet man, indem die Förderhöhen als Abscissen, die Seilkräfte als Ordinaten verzeichnet werden, dass die Fläche ACE (siehe Fig. 13) die Seilarbeit repräsentirt.

Man ersieht aus der Zeichnung, dass die Seilkraftcurve nahezu eine gerade Linie bildet, welches auch die früher durch Reihen entwickelten Gleichungen aussprechen. Um die Form der Curve jedoch zu ersehen, ist sie nebenbei, übermässig ausgebaucht punktirt, eingezeichnet.

Die Seilkraftcurve wäre genau eine Gerade, wenn das Seil ein cylindrisches sein würde. Da ich jetzt ferner die Untersuchung anstellen will, um wie viel die Seilkraftcurve eines continuirlich sich verjüngenden Seiles von der Seilkraftcurve eines cylindrischen Seiles vom selben Gewichte G_0 (ein solches Seil will ich ein »ideelles Seil« nennen) abweicht, so ist es nöthig, die Gleichung der ideellen Seilkraftcurve aufzustellen.

Die Gleichung des cylindrischen Seiles ist laut Vorhergehendem

$$G_l = k (H - 2l)$$

und wollen wir ein cylindrisches Seil vom selben Gewichte G_0 wie das des continuirlich sich verjüngenden haben, so muss aus der Gleichung

$$G_0 = kH$$

der Werth k in obigen Ausdruck eingesetzt werden, und es wird unsere Gleichung der ideellen Seilkraftcurve sein

$$G'_l = G_0 \left(1 - 2 \frac{l}{H} \right)$$

das Gewicht G_0 ist

$$G_0 = Q \left\{ e^{\zeta_H} - 1 \right\}$$

diesen Werth eingesetzt gibt

$$G'_l = Q \left\{ \left(e^{\zeta_H} - 1 \right) - 2 \frac{l}{H} \left(e^{\zeta_H} - 1 \right) \right\}$$

Die Gleichung der wirklichen Seilkraftcurve lautet

$$G_l = Q \left\{ \frac{e^{\zeta_{(H-l)}}}{e} - \frac{\zeta_l}{e} \right\} = Q \left\{ \frac{e^{\zeta_H}}{\frac{\zeta_l}{e}} - \frac{\zeta_l}{e} \right\}$$

Um zu untersuchen, welche Form die wirkliche Seilkraftcurve hat, und für welchen Werth von l beide Curven am meisten von einander abstehen, hat man die Differenz beider Gleichungen zu bestimmen und diesen Ausdruck dann nach l auf ein Maximum zu untersuchen.

$$(G'_l - G) = Q \left\{ \left(e^{\zeta H} - 1 \right) - \frac{2l}{H} \left(e^{\zeta H} - 1 \right) - \frac{e^{\zeta H}}{e^{\zeta l}} - e^{\zeta l} \right\} = QW$$

Für das Maximum von $(G'_l - G)$ muss

$$\frac{dW}{dl} = 0,$$

daher

$$\frac{dW}{d(\zeta l)} = - \frac{2}{\zeta H} \left(e^{\zeta H} - 1 \right) + \frac{e^{\zeta H} e^{\zeta l}}{e^{2\zeta l}} + e^{\zeta l} = 0$$

und setzt man vorläufig

$$e^{\zeta l} = x$$

so erhält man folgende quadratische Gleichung

$$x^2 - x \frac{2}{\zeta H} \left(e^{\zeta H} - 1 \right) + e^{\zeta H} = 0$$

daraus

$$x = \frac{e^{\zeta H} - 1}{\zeta H} \pm \sqrt{\left(\frac{e^{\zeta H} - 1}{\zeta H} \right)^2 - e^{\zeta H}}$$

und man erhält zwei Werthe von x , deshalb auch zwei von l

$$l = \frac{\log x}{\zeta \log e}$$

Um diese Werthe näher betrachten zu können, erlaube ich mir einige Zahlenwerthe einzuführen.

Mit wachsender Fördertiefe steigt auch das Seilgewicht, und um bei grossen Fördertiefen, welche ich eben zumeist im Auge habe, nicht zu grosse Seilgewichte zu erhalten, wird man stärkere Drahtseile verwenden; somit wird mit der Fördertiefe auch die zulässige Beanspruchung der Seile wachsen. Wie diese wird auch der Werth ζ mit H grösser.

Ich setze nun, um die Sache besser untersuchen zu können

$$\zeta H = \frac{1}{2}$$

wofür die dazu gehörigen zulässigen Spannungen $\mathfrak{S}'$ bei einer späteren Betrachtung berechnet sind.

Obige Gleichungen gehen somit über in:

$$l = \frac{\log x}{\zeta \log e} = 2 \frac{\log x}{\log e} H = \frac{2 \log x}{0.434294} H$$

$$e^{\zeta H} = e^{\frac{1}{2}} = 1.648$$

$$x_1 = 1.4744; x_2 = 1.1188$$

$$\log x_1 = 0.168615; \log x_2 = 0.048754$$

und

$$l_1 = 0.776 H; l_2 = 0.224 H$$

Betrachten wir jene Werthe genauer, so sehen wir, dass ein Maximum während der ersten Förderhälfte, das zweite während der zweiten Förderhälfte stattfindet, und dass $l_1 = H - l_2$ ist. Die Seilkraftcurve baucht sich unter die ideelle Curve ein, und hat die Form, wie sie durch die punktirte Linie der Fig. 13 versinnlicht wurde.

Im Allgemeinen können wir sagen, dass für die Werthe l_1 und l_2 zwischen $\frac{4}{5} H$ und $\frac{3}{4} H$, beziehungsweise zwischen $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{4}$ der Förderhöhe die Differenz der ideellen und wirklichen Curve ihren grössten Werth findet.

Wir wollen nun sehen, wie gross dieses Verhältniss der Seilspannungen an der Stelle für die beiden Werte von $l = \frac{1}{5} H$ und $l = \frac{1}{4} H$ ist.

Für $l = \frac{1}{5} H$ wird:

$$G'_{\frac{H}{5}} = Q \left\{ \left(e^{\zeta H} - 1 \right) \left(1 - 2 \frac{H}{5H} \right) \right\} = 0.38922 Q$$

$$G_{\frac{H}{5}} = Q \left\{ \frac{e^{\zeta H}}{e^{\zeta l}} - e^{\zeta l} \right\} = 0.3863 Q$$

und das Verhältniss $\gamma_{\frac{H}{5}} = \frac{G_{\frac{H}{5}}}{G'_{\frac{H}{5}}} = 0.9925$

für $l = \frac{1}{4}$ wird:

$$G'_{\frac{H}{4}} = 0.3243 Q; \quad G_{\frac{H}{4}} = 0.3218 Q$$

und $\gamma_{\frac{H}{4}} = 0.9922$,

welche Werthe von γ_l nahezu gleich 1 werden.

Um das Arbeitsverhältniss des ideellen und wirklichen Seiles auch festzustellen, mögen auch diese Percente berechnet werden.

Die Arbeit eines cylindrischen Seiles während der halben Förderhöhe ist:

$$A \int_0^{\frac{H}{2}} = G_0 \frac{H}{4}$$

und für unseren Fall, die Arbeit des ideellen Seiles

$$A' = Q \left(e^{\zeta H} - 1 \right) \frac{H}{4}$$

Die Arbeit des wirklichen Seiles ist:

$$A \int_0^{\frac{H}{2}} = \frac{Q}{\zeta} \left(e^{\zeta H} - 2 e^{\zeta \frac{H}{2}} + 1 \right)$$

und nach obiger Annahme für

$$\zeta = \frac{1}{2H} \text{ gesetzt}$$

$$A = Q 2 H \left(e^{\zeta H} - 2 e^{\zeta \frac{H}{2}} + 1 \right)$$

$$\text{Es wird } A' = Q H \frac{0.6487}{4} = 0.1621 Q H$$

$$A = Q H 2 \left(1.6487 - 2.568 + 1 \right) = 0.1614 Q H$$

und das Verhältniss

$$\gamma = \frac{A}{A'} = 0.9956$$

also auch das Verhältniss der wirklichen zur ideellen Seilarbeit wird nahezu gleich 1, was also mit der Zeichnung vollständig stimmt, und weshalb man ungehindert zu den nächsten Untersuchungen diese ideelle Seilarbeit (in der Zeichnung die Gerade) statt der wirklichen annehmen kann.

Anmerkung. Es könnte mir Jemand bei der letzten Rechnung einwenden, dass nur ein und dieselbe Arbeit geleistet wird, wenn das gleiche Gewicht auf eine gleiche Höhe gehoben wird. Dies ist allerdings richtig und gilt auch bei Beginn des Anhebens für meinen Fall. Angenommen, es werden die zwei Seile, das ideelle und das wirkliche, gleichzeitig gehoben, so wird nach einem gewissen Wege das noch zu hebende Gewicht des ideellen (cylindrischen) Seiles grösser sein, als das des continuirlich sich verjüngenden, folglich auch die noch zu verrichtende Arbeit — was auch aus vorhergehenden Gleichungen vollständig hervorgeht.

Theorie des Ausgleichungsmittel.

Die vorher gefundene Seilarbeit muss benützt werden, eine Pumpe in Thätigkeit zu setzen, welche Luft aus einem Reservoir in ein anderes schafft.

Das Volumen eines solchen Behälters sei V und das Volumen des Pumpencylinders, welches den Kolben der Luftpumpe durchläuft, gleich s .

Die Anfangsspannung der Luft in dem einen Reservoir, aus welchem die Pumpe die Luft bei Beginn der Förderung entnimmt, sei p_0 , absolut und in Atmosphären ausgedrückt.

Bei Beginn der Förderung beginnt auch der Kolben seine Bewegung und vergrößert demnach das Volumen V , welches mit dem Volumen s in Verbindung kommt.

Dieses Volumen V wird nach einem einfachen Kolbenhube um das Volumen s vergrößert, also gleich $(V + s)$. Da beim Volumen V eine Spannung p_0 herrschte, so wird nach dem Poisson'schen, oder besser nach dem allgemeinen Gesetze

$$p V^z = \text{constant}$$

bei einem Volumen $(V + s)$ eine andere Spannung p_1 herrschen.

Bei Anwendung des Poisson'schen Gesetzes, welches bedingt, dass während des ganzen Vorganges keine Wärme-Zu- oder Abfuhr stattfindet, ist

$$\text{Es wird sein:} \quad z = 1.41 \quad 1)$$

$$V^z p_0 = (V + s)^z p_1 \quad 2)$$

Da die Pumpe doppeltwirkend ist, wird nach diesem einfachen Kolbenhube das Volumen V wieder von dem Pumpenvolumen s

¹⁾ Da im Weiteren die resultierende Luftspannung in einem beliebigen Augenblicke der Förderung auch graphisch ermittelt wird, und für diese Ermittlung das Mariotte'sche Gesetz aus constructiven Rücksichten bequemer ist, so wird auch für dieses Gesetz unter den Anmerkungen die entsprechende Formel angegeben werden.

Diese Annahme ist deshalb gestattet, da die resultierende Luftspannung in einem beliebigen Augenblicke ganz dieselbe ist, ob das Mariotte'sche oder das allgemeine Gesetz ($p v^z = \text{const}$) als Grundlage angenommen wird.

²⁾ Nach dem M. G.: $V p_0 = (V + s) p_1$

durch eine Absperrvorrichtung abgesondert; wir haben dann wieder ein Volumen V , in welchem aber eine Spannung p_1 herrschen wird.

Nach dem zweiten einfachen Kolbenhub haben wir analog wie nach dem ersten:

$$V^z p_1 = (V + s)^z p_2$$

nach dem m^{ten} Kolbenhub

$$V^z p_{(m-1)} = (V + s)^z p_m$$

Werden während einer Förderung n einfache Kolbenhübe von der Pumpe gemacht, so muss man, um die Endspannung in dem betrachteten Reservoir zu finden, n solche Gleichungen aufstellen und dieselben multipliciren. Aus der Schlussgleichung, welche sich auf diese Weise ergibt, ist dann leicht die Endspannung p_n zu berechnen.

Man hat also:

$$V^z p_0 = (V + s)^z p_1$$

$$V^z p_1 = (V + s)^z p_2$$

.....

$$V^z p_{(m-1)} = (V + s)^z p_m$$

.....

$$V^z p_{(n-m-1)} = (V + s)^z p_{(n-m)}$$

.....

$$V^z p_{(n-2)} = (V + s)^z p_{(n-1)}$$

$$V^z p_{(n-1)} = (V + s)^z p_n$$

$$\text{Produkt: } V^{z_n} p_0 = (V + s)^{z_n} p_n \quad 1)$$

daraus bestimmt sich die Endspannung

$$p_n = \left(\frac{V}{V + s} \right)^{z_n} p_0$$

oder würde man die Endspannung nach n Kolbenhüben als bekannt voraussetzen, so lässt sich die Anfangsspannung p_0 aus dieser Gleichung ermitteln.

$$p_0 = \left(\frac{V + s}{V} \right)^{z_n} p_n \quad 2)$$

1) Nach dem M. G.: $V^n p_0 = (V + s)^n p_n$

2) Nach dem M. G. wird:

$$p_n = \left(\frac{V}{V + s} \right)^n p_0 \text{ und } p_0 = \left(\frac{V + s}{V} \right)^n p_n.$$

Dies wäre nun der Vorgang der Luft in dem Reservoir, aus welchem die Luft ausgepumpt wird. Im zweiten Reservoir wird die Luft im selben Verhältniss comprimirt, wie sie im ersten verdünnt wurde. Es herrscht da bei Beginn der Förderung die Spannung p_n und zu Ende derselben die Spannung p_0 ; es gelten deshalb dieselben Gleichungen für das Verhalten der Luft im zweiten Behälter, nur müssen sie in umgekehrter Ordnung behandelt werden.

Beim Wechsel der Förderrichtung tritt der zweite Luftbehälter sozusagen an die Stelle des ersteren, und es wird aus diesem, genau so wie früher aus dem ersten in das zweite, jetzt vom zweiten in das erste Reservoir die Luft gepumpt.

Um daher keine Bezeichnungsverwirrung in die Formeln zu bringen, möge stets als Anfangsspannung die höchste Spannung der Luft mit p_0 bezeichnet und die niederste Spannung (Endspannung) mit p_n gekennzeichnet werden; der Index der jeweiligen Spannungen entspricht stets der Anzahl der einfachen Kolbenhübe, gerechnet von jenem Reservoir, aus welchem die Luft ausgesaugt wird.

Sucht man jetzt die resultirende Luftspannung allgemein nach x Kolbenhüben, so ist die absolute Spannung der Luft in dem einen Reservoir

$$p_1 = p_0 a^x$$

im anderen Reservoir

$$p_2 = p_0 a^{(n-x)}$$

wobei der Kürze halber gesetzt wurde

$$\left(\frac{V}{V+s}\right)^x = \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^{\frac{1}{n}} = a$$

Der resultirende Druck nach x Kolbenhüben ist dann

$$p_x = p_1 - p_2 = p_0 a^x - \frac{p_n}{a^x}$$

oder

$$p_x = p_n^{\frac{x}{n}} p_0^{\left(1-\frac{x}{n}\right)} - p_0^{\frac{x}{n}} p_n^{\left(1-\frac{x}{n}\right)}$$

Die Spannungsänderung der Luft ist graphisch auf folgende Weise zu verzeichnen (Fig. 14). Es sei die Strecke $A_0 B_0$ das Volumen des einen Reservoirs gleich V ; $B_0 O$ die anfängliche Luftspannung in demselben; $B_0 B_1$ das Cylindervolumen der Pumpe,

welches in Wirklichkeit meist kleiner als $\frac{1}{100}$ des Reservoir-Volumens V ist, in der Zeichnung aber nur $\frac{1}{2}$ mal so gross genommen wurde.

Um die Spannung nach einem Kolbenhube, das ist im Punkte B_1 zu construiren, hat man durch O eine Parallele zur Abscissenaxe zu ziehen und in B_1 eine Senkrechte zu errichten; diese beiden Linien schneiden sich in 1 ; verbindet man A_0 mit 1 , und zieht durch den Schnittpunkt $1'$ eine Normale auf $B_1 1$, so ist der Punkt I der Gesuchte, und $B_1 I$ entspricht der Spannung p_1 , welche vorher durch Rechnung gefunden wurde.

Aus dem Dreiecke $A 1 C$ ist ersichtlich, dass

$$\overline{B_1 1} : \overline{B_0 1'} = \overline{A_0 B_1} : \overline{A_0 B_0}$$

daraus ist:

$$\overline{B_0 1'} = \frac{\overline{B_1 1} \cdot \overline{A_0 B_0}}{\overline{A_0 B_1}}$$

$$\overline{B_0 O} = p_0; \overline{B_0 1'} = \overline{B_1 I} = p_1, \overline{A_0 B_0} = V \text{ und } \overline{B_0 B_1} = s$$

$$\text{daher} \quad \overline{A_0 B_1} = \overline{A_0 B_0} + \overline{B_0 B_1} = (V + s)$$

$$\text{oder} \quad p_1 = p_0 \frac{V}{V + s}$$

welche Gleichung, wie früher bemerkt, das Mariotte'sche Gesetz ausdrückt.

Einen Zwischenpunkt α findet man auf dieselbe Art, indem man in b eine Senkrechte errichtet, α mit A_0 verbindet und von α_1 durch eine Senkrechte auf $c \alpha$ den Punkt α abschneidet.

Auf diese Weise kann man beliebig viele Zwischenpunkte zwischen O und I construiren. — Die so erhaltenen Punkte durch eine continuirliche Curve verbunden gibt die Mariotte'sche Linie.

Jetzt haben wir graphisch die Spannung der Luft $B_1 I$ bestimmt, welche nach einem Kolbenhube, also bei Beginn des zweiten einfachen Hubes, in unserem betrachteten Reservoir herrschen wird.

Auf gleiche Art construirt man sich den Punkt II , indem man jetzt von B_1 nach A_1 das Volumen $V = \overline{A_1 B_1} = \overline{A_0 B_0}$ aufträgt, ferner $\overline{B_1 B_2} = \overline{B_0 B_1} = s$ dem Volumen der Pumpe, in B_2 die Senkrechte errichtet, A_1 als Pol betrachtet, $I 2$ parallel zur Abscisse zieht, 2 mit A_1 verbindet und durch die durch $2'$ gezogene Gerade den Punkt II abschneidet. $\overline{B_2 II}$ entspricht der Spannung p_2 der Rechnung.

Nach dieser Weise construirt man alle n einzelnen Mariotte'schen Linien und man erhält, als Spannungscurve die gebrochene Linie ON (Fig. 15), wobei $B_0 O$ die Anfangsspannung p_0 , und $B_n N$ die Endspannung p_n ist.

Das Verhältniss des Pumpenvolumens s zum Luftbehältervolumen ist so klein, meist kleiner als $1:100$, dass das Spannungsverhältniss der Luft vor und nach einem Kolbenhub sehr wenig verschieden sein wird, und so werden die Zwischenpunkte der Curve OI (vergleiche Fig. 14 und denke sich $A_0 B_0$ 50mal vergrössert) während des Hubes unbedeutend tiefer liegen, als die Punkte der punktirt eingezeichneten Geraden OI .

Deshalb gestatte ich mir, die gebrochene Spannungscurve (Fig. 15) durch eine continuirliche Linie zu ersetzen, welche durch die Punkte $O, I, II, III \dots N$ geht. (In der Figur sind die Ausbauchungen der richtigen gebrochenen Curve übermässig gross verzeichnet, um überhaupt die gebrochene Linie deutlich zeigen zu können.)

Nachdem die Luftspannungscurve zur continuirlichen Linie rectificirt wurde, gilt nun auch die Gleichung

$$p_m = \left(\frac{V}{V + s} \right)^m p_0$$

als deren Gleichung, und es ist dabei allgemein p_m die Ordinate der Curve für die Abscisse m , wobei dieses die Anzahl der Kolbenhübe bedeutet, welche stattfinden mussten, um die Spannung p_0 auf p_m zu bringen, und welche proportional ist dem Förderwege l , wenn n (die Anzahl der Kolbenhübe) der ganzen Förderhöhe H entspricht.

Die Curve für das zweite Reservoir wird vollständig congruent zu dieser sein, nur muss sie umgekehrt verzeichnet werden, da gleichzeitig, während im ersten Reservoir die Spannung p_0 herrscht, in diesem die Spannung p_n stattfindet, oder allgemein entspricht einer Spannung p_m im ersten, eine Spannung $p_{(n-m)}$ im zweiten Behälter. — In Fig. 16 ist demnach die Curve OMN die Luftspannungscurve des ersten, und $N'MO'$ die des zweiten Reservoirs.

Im Allgemeinen wird der effective Druck (p_M) auf den Kolben, während des m ten Kolbenhubes gleich der Differenz der Spannungen p_m und $p_{(n-m)}$ sein,

also:

$$p_M = (p_m - p_{(n-m)})$$

da aber

$$p_m = \left(\frac{V}{V + s} \right)^m p_0$$

und analog

$$p_{(n-m)} = \left(\frac{V}{V+s} \right)^{(n-m)} p_0$$

oder

$$V^{(n-m)} p_0 = (V+s)^{(n-m)} p_{(n-m)}$$

und daraus

$$\frac{V^n}{V^m} p_0 = \frac{(V+s)^n}{(V+s)^m} p_{(n-m)}.$$

Setzt man in diese Gleichung den Werth von p_0 ein

$$p_0 = \frac{(V+s)^n}{V^n} p_n$$

so erhält man

$$\frac{V^n (V+s)^n}{V^m V^n} p_n = \frac{(V+s)^n}{(V+s)^m} p_{(n-m)}$$

oder nachdem man abkürzt

$$\frac{p_n}{V^m} = \frac{p_{(n-m)}}{(V+s)^m}$$

und

$$p_{(n-m)} = \left(\frac{V+s}{V} \right)^m p_n$$

Diese Werthe für p_n und $p_{(n-m)}$ in die Gleichung des resultirenden Druckes eingesetzt, ergibt:

$$p_M = (p_m - p_{(n-m)}) = \left(\frac{V}{V+s} \right)^m p_0 - \left(\frac{V+s}{V} \right)^m p_n$$

da aber

$$p_0 = \left(\frac{V+s}{V} \right)^n p_n$$

ist, so findet sich

$$\frac{V+s}{V} = \left(\frac{p_n}{p_0} \right)^{\frac{1}{n}} \text{ und } \frac{V}{V+s} = \left(\frac{p_0}{p_n} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Diese Werthe substituirt, ergeben dann die Gleichung

$$p_M = \left(\frac{p_n}{p_0} \right)^{\frac{m}{n}} p_0 - \left(\frac{p_0}{p_n} \right)^{\frac{m}{n}} p_n$$

oder

$$p_M = p_n^{\frac{m}{n}} p_0^{(1-\frac{m}{n})} - p_0^{\frac{m}{n}} p_n^{(1-\frac{m}{n})}$$

Da ich im Folgenden stets nur mit der resultirenden Luftspannung rechnen werde, das ist die jeweilige Differenz der Spannungen in den beiden Reservoirs, beziehungsweise der resultirende

Druck auf den Pumpenkolben, so sollen im Folgenden p_0 und p_n wie bisher die absoluten Anfangs- und Endspannungen im Luftbehälter, p_x im Allgemeinen aber den resultirenden Druck nach x Kolbenhüben bezeichnen.

Die Gleichung für p_M geht dann über in:

$$p_x = p_n^{\frac{x}{n}} p_0^{(1 - \frac{x}{n})} = p_0^{\frac{x}{n}} p_n^{(1 - \frac{x}{n})} \quad *)$$

welcher Ausdruck, bezogen auf ein Coordinatensystem, die Gleichung der resultirenden Luftspannungscurve gibt, wenn p_x die Ordinaten und x die Abscissen sind.

Entweder nach dieser Gleichung durch Rechnung, oder durch Auftragen der Differenz der Spannungen aus voriger Zeichnung (Fig. 16), entsteht Fig. 17. (Hier wurde nur die eine Hälfte der Curve verzeichnet, da die zweite dieser vollkommen symmetrisch ist.)

Der zweite Theil der Curve MO' (aus Fig. 16) sollte, der Rechnung gemäss, nach abwärts aufgetragen werden, wenn man die positiven Ordinaten aufwärts und die negativen abwärts verzeichnen wollte. Beide Curventheile sind aber vollständig symmetrisch, weshalb die weitere Betrachtung immer nur bis zur halben Förderhöhe — entsprechend der halben Anzahl der Kolbenhübe — stattfinden darf.

Will man durch dieses Luftcomprimiren das Seilgewicht ausgleichen, so müssen die jeweiligen resultirenden Kolbendrücke das dazu gehörige resultirende Seilgewicht aufheben, und da nach Früherem die Seilkräfte nahezu nach dem Gesetze einer geraden Linie zu- oder abnehmen, so soll auch die resultirende Luftspannung für vollkommene Ausgleichung dasselbe Gesetz, wenigstens annähernd, befolgen, d. h. die resultirende Spannungscurve der Luft soll womöglich die Gerade sein.

Demnach müsste unsere Gleichung der resultirenden Luftspannung folgender Gleichung der geraden Linie entsprechen, welche ich »ideelle« Luftspannungscurve benennen will.

Die Abscissen dieser ideellen Curve haben die gleichen Bezeichnungen, wie diejenigen der wirklichen Linie, die Ordinaten aber werden dieselben, jedoch mit Strichen versehen, erhalten.

Aus der Zeichnung (Fig. 17) entnimmt man aus beiden ähnlichen Dreiecken, dass

$$(p_0 - p_n) : \frac{n}{2} = p'_x : \left(\frac{n}{2} - x\right)$$

*) Vergleicht man die Formel bei Zugrundelegung des Gesetzes $p v^z = \text{const.}$ mit dieser, so findet man, dass sie mit jener vollständig identisch ist.

daraus

$$p'_x = \frac{\frac{n}{2} - x}{\frac{n}{2}} (p_0 - p_n)$$

oder

$$p'_x = \left(1 - 2 \frac{x}{n}\right) (p_0 - p_n)$$

und dieser Ausdruck ist die allgemeine Gleichung der ideellen Luftspannungscurve; es wird dabei die Spannungsdifferenz $(p_0 - p_n)$ dem resultirenden Seilgewicht zu Anfang der Förderung entsprechen, wenn letztere auf den Quadratcentimeter der Pumpenkolbenfläche bezogen wird, und wenn p_0 und p_n die Anzahl der absoluten Atmosphären der Luft ausdrücken.

Angenommen, man wollte die Endspannung der Luft $p_n = 1$ atm haben (um nach Beendigung einer Förderung das Reservoir mit der äusseren Luft in Verbindung zu bringen), so lauten die beiden Gleichungen der wirklichen und ideellen Luftspannungscurven

$$p_x = p_0 \left(1 - \frac{x}{n}\right) - p_n \frac{x}{n}$$

und

$$p'_x = \left(1 - 2 \frac{x}{n}\right) (p_0 - 1)$$

Soll die wirkliche mit der ideellen Curve identisch sein, so muss

$$p_x = p'_x$$

werden.

Es ist daher zu untersuchen, für welchen Werth p_0 diese Gleichung stattfinden kann. Diese Gleichung allgemein aufzulösen ist, wenn nicht unmöglich, so doch höchst verwickelt, und man kann sich begnügen, dieselbe für einen bestimmten Fall zu lösen.

Der Anfangspunkt (für $x = 0$) und der Endpunkt nach der halben Förderung $\left(x = \frac{n}{2}\right)$ werden jedenfalls übereinstimmen;

für $x = 0$ wird $p_x = (p_0 - 1)$ und $p'_x = (p_0 - 1)$

für $x = \frac{n}{2}$ wird $p_x = 0$ und $p'_x = 0$.

Würde also noch für einen Zwischenpunkt, z. B. für $x = \frac{n}{4}$ $p_x = p'_x$ sein, so können wir unsere Aufgabe als gelöst betrachten.

Für $x = \frac{n}{4}$ wird

$$p'_x = \left(1 - \frac{2n}{4n}\right) (p_0 - 1) = \frac{1}{2} (p_0 - 1)$$

und setzt man

$$p_0^{\frac{1}{4}} = y, \text{ oder } p_0 = y^4,$$

so wird

$$p'_x = \frac{1}{2} (y^4 - 1)$$

und

$$p_x = p_0^{\frac{3}{4}} - p_0^{\frac{1}{4}}$$

oder

$$p_x = y^3 - y$$

Setzen wir die beiden Werthe einander gleich

$$\frac{y^4}{2} - \frac{1}{2} = y^3 - y$$

$$\frac{y^4}{2} - y^3 + y - \frac{1}{2} = 0$$

$$y^4 - 2y^3 + 2y - 1 = 0$$

so erhalten wir eine Gleichung des vierten Grades, in welcher die vier Wurzeln sind

$$y = \pm \sqrt{\pm 1}$$

also $y = 1$, daher auch $p_0 = y^4 = 1$.

Wir sehen also, dass nur für den Fall, dass $p_n = p_0 = 1$, die wirkliche Luftspannungscurve genau eine gerade Linie wird.¹⁾

Bei dieser Anfangs- und Endspannung kann man aber keinen resultirenden Druck erzielen, der grösser als Null wäre, daher wir die Anfangsspannung vergrössern müssen, und deshalb eine theoretisch vollkommene Seilausgleichung des ideellen Seiles nicht erreichen können.

Bleibt man ferner bei der Annahme, dass die Endspannung $p_n = 1$ sei, und untersucht die resultirenden Spannungen für Werthe von p_0 , welche grösser als 1 sind, so geben uns nachfolgende Tabellen I und II hierüber Aufschluss, in wie weit die Seilausgleichung bei verschiedenen Anfangsspannungen der Luft in den Reservoirs stattfindet.

Wir wollen auch hier untersuchen, wie sich die wirkliche Luftspannungscurve zur ideellen verhält.

¹⁾ Durch die Kolbenreibung dürften kleine Modificationen eintreten.

Suchen wir wieder jene Strecke (das ist die Anzahl der Kolbenhübe) nach welcher die Differenz beider Spannungen ein Maximum wird.

Die Gleichung der wirklichen Spannungscurve ist

$$p_x = \frac{p_0}{\frac{x}{n}} - p_0^{\frac{x}{n}}$$

die der ideellen

$$p'_x = \left(1 - 2 \frac{x}{n}\right) (p_0 - 1)$$

Bilden wir die Differenz

$$\begin{aligned} (p'_x - p_x) &= \frac{p_0}{\frac{x}{n}} - p_0^{\frac{x}{n}} - p_0 + 2 \frac{x}{n} p_0 + 1 - 2 \frac{x}{n} \\ &= \frac{p_0}{\frac{x}{n}} - p_0^{\frac{x}{n}} - p_0 + 1 + 2 \frac{x}{n} (p_0 - 1) \end{aligned}$$

und setzen vorläufig $\frac{x}{n} = y$.

Differenziren wir den Ausdruck nach y und setzen den Differentialquotienten gleich Null

$$\frac{d(p'_x - p_x)}{d y} = - \frac{p_0 p_0^y \lg_n p_0}{p_0^{2y}} - p_0^y \lg_n p_0 + 2 (p_0 - 1) = 0$$

oder

$$p_0^y \lg_n p_0 - 2 (p_0 - 1) + p_0 \frac{\lg_n p_0}{p_0^y} = 0$$

für $p_0^y = z$

ergibt sich

$$z^2 \lg_n p_0 - 2 z (p_0 - 1) + p_0 \lg_n p_0 = 0$$

oder

$$\begin{aligned} z^2 - z \frac{2 (p_0 - 1)}{\lg_n p_0} + p_0 &= 0 \\ z &= \frac{p_0 - 1}{\lg_n p_0} \pm \sqrt{\left(\frac{p_0 - 1}{\lg_n p_0}\right)^2 - p_0} \end{aligned}$$

und es wird $y = \frac{\log z}{\log p_0}$, ferner $x = n \frac{\log z}{\log p_0}$

Es ergeben sich auch hier zwei Werthe von x . Zur besseren Veranschaulichung wollen nun einige extreme Beispiele gewählt und berechnet werden.

Z. B. für $p_0 = 2$
 ergibt sich $z = 1.443 \pm 0.2846$
 und $z_1 = 1.7276; z_2 = 1.1584$
 $\log z_1 = 0.237292; \log z_2 = 0.063709$
 ferner $x_1 = 0.7883 n$ und $x_2 = 0.2117 n;$

für $p_0 = 10$
 ist $z = 3.908 \pm 2.292$
 $z_1 = 6.200; z_2 = 1.616$
 $\log z_1 = 0.792302; \log z_2 = 0.208441$
 $x_1 = 0.792 n; x_2 = 0.208 n$

Aus beiden Beispielen ersieht man, dass $x_1 = (n - x_2)$ ist, und zwar, dass das eine x der ersten Hälfte der Anzahl der Kolbenhübe angehört, das zweite der zweiten Hälfte; ferner findet man, dass x_1 in beiden Beispielen nahezu denselben Werth besitzt, und wir können allgemein sagen, dass

und $x_1 = \frac{4}{5} n$ bis $\frac{3}{4} n$
 ist $x_2 = \frac{1}{5} n$ bis $\frac{1}{4} n$

Wir sehen auch, dass die wirkliche Spannungscurve sich unter die ideelle hinzieht.

Aehnliches haben wir zwischen der wirklichen und ideellen Seilkraftcurve gesehen; auch dort lag das Maximum der Differenz der Seilkräfte zwischen $\frac{4}{5} H$ und $\frac{3}{4} H$, beziehungsweise zwischen $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{4} H$.

Wenn wir ferner die Gleichung der Seilkraftcurve und die Gleichung der Luftspannungscurve betrachten, so sehen wir, dass beide nach demselben Gesetze gebaut sind.

$$\text{Gleichung der Seilkraftcurve } G_l = Q \left(\frac{e^{\zeta H}}{e^{\zeta l}} - e^{\zeta l} \right)$$

$$\text{Gleichung der Spannungscurve } p_x = \frac{p_0^{\frac{n}{x}}}{p_0^{\frac{n}{x}}} - p_0^{\frac{x}{n}}$$

Die Anzahl der Kolbenhübe n entspricht dem Werthe H , so auch x dem l .

Wir sehen somit, dass sich die Vorrichtung also für ein continuirlich sich verjüngendes Seil (welches wieder zumeist für grosse Fördertiefen verwendet wird) günstiger stellt. Der Apparat soll aber auch die Ausgleichung cylindrischer Seile gestatten, und da sich das conische diesem nach Vorhergehendem in seinen Wirkungen nahezu gleich verhält, so wird in der weiteren Betrachtung vorzugsweise dem ideellen Seile Rechnung getragen werden.

Tabelle I gibt den Gütegrad $\left(\eta_{\frac{n}{5}}\right)$ der wirklichen zur ideellen Luftspannung, ferner das Güteverhältniss $\mathfrak{S}_{\frac{n}{5}}$ der Luftspannung und der Seilkraft des continuirlich sich verjüngenden Seiles nach $\frac{1}{5}n$ Kolbenhüben für verschiedene Anfangsspannungen der Luft.

Obwohl die Untersuchung auf ein Maximum der Spannungsdifferenz den ungünstigsten Punkt näher gegen $\frac{1}{5}n$ als $\frac{1}{4}n$ legt, so zeigen doch die Werthe, dass der Gütegrad für $\frac{1}{4}n$ dem Ungünstigsten an Werth näher kommt, als der für $\frac{1}{5}n$. Deshalb wurde auch Tabelle II angefertigt, welche diese Güteverhältnisse $\eta_{\frac{n}{4}}$ und $\mathfrak{S}_{\frac{n}{4}}$ nach $\frac{1}{4}n$ Kolbenhüben angibt, und zur Vergleichung mit Späterem zweckentsprechender als Tabelle I ist.

für $x = \frac{1}{5}n$ wird:

$$p_{\frac{n}{5}} = \frac{p_0}{\frac{1}{5}} - p_0^{\frac{1}{5}} \quad ; \quad p'_{\frac{n}{5}} = 0.6 (p_0 - 1)$$

$$\eta_{\frac{n}{5}} = \frac{p_{\frac{n}{5}}}{p'_{\frac{n}{5}}} \quad \text{und} \quad \mathfrak{S}_{\frac{n}{5}} = \frac{\eta_{\frac{n}{5}}}{\gamma_{\frac{H}{5}}}$$

für $x = \frac{1}{4}n$ wird:

$$p_{\frac{n}{4}} = \frac{p_0}{\frac{1}{4}} - p_0^{\frac{1}{4}} \quad ; \quad p'_{\frac{n}{4}} = 0.5 (p_0 - 1)$$

$$\eta_{\frac{n}{4}} = \frac{p_{\frac{n}{4}}}{p'_{\frac{n}{4}}} \quad \text{und} \quad \mathfrak{S}_{\frac{n}{4}} = \frac{\eta_{\frac{n}{4}}}{\gamma_{\frac{H}{4}}}$$

Tabelle I.

$p_0 =$	2	3	4	5	6	7	8
$p_n =$	0.5925	1.1625	1.7119	2.2433	2.7620	3.2675	3.7623
$p'_n =$	0.6000	1.2000	1.8000	2.4000	3.0000	3.6000	4.2000
$\eta_n =$	0.9875	0.9687	0.9510	0.9346	0.9206	0.9076	0.8957
$\mathfrak{S}_n =$	0.9949	0.9760	0.9582	0.9417	0.9276	0.9145	0.9025
$p_0 =$	9	10	11	12	13	14	15
$p_n =$	4.2477	4.7248	5.1928	5.6566	6.1128	6.5633	7.0084
$p'_n =$	4.8000	5.4000	6.0000	6.6000	7.2000	7.8000	8.4000
$\eta_n =$	0.8849	0.8749	0.8654	0.8570	0.8490	0.8414	0.8343
$\mathfrak{S}_n =$	0.8917	0.8815	0.8720	0.8635	0.8554	0.8478	0.8406

Tabelle II.

$p_0 =$	2	3	4	5	6	7	8
$p_n =$	0.4925	0.9634	1.4142	1.8484	2.2678	2.6770	3.0359
$p'_n =$	0.5000	1.0000	1.5000	2.0000	2.5000	3.0000	3.5000
$\eta_n =$	0.9850	0.9634	0.9428	0.9242	0.9070	0.8923	0.8674
$\mathfrak{S}_n =$	0.9927	0.9709	0.9502	0.9314	0.9141	0.8993	0.8742
$p_0 =$	9	10	11	12	13	14	15
$p_n =$	3.4641	3.8452	4.2190	4.5762	4.9475	5.3033	5.6541
$p'_n =$	4.0000	4.5000	5.0000	5.5000	6.0000	6.5000	7.0000
$\eta_n =$	0.8660	0.8544	0.8438	0.8324	0.8245	0.8158	0.8077
$\mathfrak{S}_n =$	0.8728	0.8612	0.8504	0.8389	0.8310	0.8223	0.8140

Die beiden Tabellen zeigen, dass die Percente der Nichtausgleichung bei den in der Praxis vorkommenden Luftspannungen nicht so übermässig gross sind, und man kann sich daher mit diesen Werthen wirklich begnügen.

Untersuchung der Grösse eines Luftreservoirs.

Wir hatten früher allgemein die Gleichung

$$V^n p_o = (V + s)^n p_n \quad 1)$$

daraus ergibt sich:

$$\left(\frac{p_o}{p_n}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{V + s}{V} = 1 + \frac{s}{V}$$

weiter

$$\frac{s}{V} = \left(\frac{p_o}{p_n}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

oder

$$\frac{V}{s} = \frac{1}{\left(\frac{p_o}{p_n}\right)^{\frac{1}{n}} - 1}$$

und das Volumen eines Behälters daher:

$$V = \frac{s}{\left(\frac{p_o}{p_n}\right)^{\frac{1}{n}} - 1}$$

Für die Endspannung $p_n = 1$ gesetzt, gibt:

$$V = \frac{s}{p_o^{\frac{1}{n}} - 1}$$

Angenommen, der Luftpumpenkolben befinde sich auf der verlängerten Kolbenstange des Dampfeylinders der Fördermaschine, so ist dann das Volumen der Pumpe

$$s = 2 r f,$$

wobei r der Kurbelradius und f die nutzbare Kolbenfläche der Pumpe in Quadrat-Centimeter sind; ferner ist n die Anzahl der

¹⁾ Im Abschnitte »Temperatur-Verhältnisse der Luft in den Reservoirs« wird nachgewiesen, dass stets constante Temperatur in den Behältern herrscht, weshalb ich der Dimensions-Berechnung der Reservoirs das Mariotte'sche Gesetz zu Grunde lege. (Die betreffenden Formeln sind für das allgemeine Gesetz $p v^n = \text{const.}$ leicht zu finden.)

einfachen Kolbenhübe und u die Anzahl der Umdrehungen der Kurbelwelle während einer Förderung, somit

$$u = \frac{n}{2}$$

$D = 2R$ = der Fördertrommel-Durchmesser und H = die Fördertiefe.

Die Anzahl der Windungen des Seiles auf die Trommel ist gleich der Anzahl der Umdrehungen während einer Förderung. Es muss:

$$D \pi u = H$$

daraus

$$u = \frac{H}{D \pi}$$

und

$$n = 2u = \frac{H}{R \pi}$$

Wenn ferner c die mittlere Kolbengeschwindigkeit der Maschine und v die mittlere Fördergeschwindigkeit ist, so kommen diese Werthe schon bei Beginn einer Förderung zur Geltung. Der Effect des Widerstandes beim Beginne der Förderung ist somit $G_0 v$ und der Effect des Luftdruckes am Pumpenkolben $f(p_0 - 1) c$. Diese beiden Werthe müssen einander gleich sein (s. Fig. 18).

$$G_0 v = f(p_0 - 1) c.$$

Aus dieser Gleichung bestimmt sich dann die Kolbenfläche

$$f = \frac{G_0}{p_0 - 1} \frac{v}{c} \quad \text{in qct}$$

Da ferner die Wege, welche in gleichen Zeiten zurückgelegt werden, sich so verhalten wie die Geschwindigkeiten, so verhält sich eine Seilwindung zum doppelten Kolbenwege, wie die mittlere Fördergeschwindigkeit zur mittleren Kolbengeschwindigkeit, also:

$$2R\pi : v = 4r : c$$

daraus

$$\frac{v}{c} = \frac{\pi}{2} \frac{R}{r}$$

und somit die Kolbenfläche

$$= \frac{G_0}{p_0 - 1} \frac{R}{r} \frac{\pi}{2}$$

Wenn man die Formel, welche die Grösse des Reservoirvolumens angibt, discutirt, so sieht man, da für grössere Fördertiefen G_0 grösser wird, dass sich auch f vergrössert; auch wächst

mit der Fördertiefe das n , somit wird der Ausdruck $\left(\frac{p_0}{p_n}\right)^{\frac{1}{n}}$ kleiner,

folglich wächst mit der Fördertiefe auch das Volumen des Luftbehälters.

Bei einer bestimmten Fördertiefe wird aber V umso kleiner, je grösser p_0 , beziehungsweise je kleiner p_n wird.

Ist aber $p_n = 1$ atm angenommen, so haben wir nur mehr das p_0 , welches wir ändern können.

Aus vorhergehenden Tabellen ersehen wir aber, dass ein kleiner Werth von p_0 günstiger für die Ausgleichung ist, da η_n grösser wird.

Um die Formeln besser zu beleuchten, mögen in dieselben einige Zahlenwerthe eingeführt werden.

Für $H = 500$ m, $G_0 = 700$ klg, $R = 150$ ct, $r = \frac{R}{2}$, $p_0 = 4$ atm und $p_n = 1$ atm

wird: $n = 106$, die nutzbare Pumpenkolbenfläche $f = 732$ qct, das Pumpencylinder-Volumen $s = 2rf = 0.1098$ cm und das Reservoir-Volumen $V = 8.44$ cm.

Für: $H = 750$ m, $G_0 = 1145$ klg, $R = 165$ ct, $r = \frac{R}{2}$, $p_0 = 4$ atm und $p_n = 1$ atm

wird: $n = 145$, $f = 1198$ qct, $s = 0.1977$ cm und $V = 20.6$ cm.

Man sieht, dass bei dieser Fördertiefe von 750 m das Reservoir schon bedeutend grösser werden muss, als im vorhergehenden Falle. In beiden Beispielen wurde die gleiche Last $Q = 1500$ klg vorausgesetzt.

Für dieselbe Förderlast und für: $H = 1000$ m, $G_0 = 1700$ klg, $R = 180$ ct, $r = \frac{R}{2}$, $p_0 = 4$ atm und $p_n = 1$ atm

wird: $n = 177$, $f = 1779$ qct, $s = 0.3202$ cm und $V = 41$ cm.

Um die Volumen der Reservoirs in den beiden letzten Fällen zu vermindern, wird man die Anfangsspannungen p_0 erhöhen, etwa bei dem Beispiele für: $H = 750$ m wird man $p_0 = 6$ atm und für $H = 1000$ m, $p_0 = 8$ atm setzen.

Die Resultate sind dann folgende:

für: $H = 750$ m und $p_0 = 6$ atm

wird: $f = 719.1$ qct, $s = 0.1186$ cm und $V = 9.56 \sim 10$ cm

für: $H = 1000$ m und $p_0 = 8$ atm

wird: $f = 762.6$ qct, $s = 0.1372$ cm und $V = 11.6 \sim 12$ cm.

Wenn man die allgemeine Formel für das Volumen des Luftbehälters

$$V = \frac{s}{\left(\frac{p_0}{p_n}\right)^{\frac{1}{n}} - 1}$$

betrachtet, so liegt der Gedanke nahe, dass man das Volumen der Luftbehälter herabsetzen kann durch Verminderung des Werthes p_n ; allein dies wäre nur ein Trugschluss, welcher durch Nachfolgendes aufgeklärt werden möge.

Die erste Frage wird sein: wie gross soll man p_n machen?

Bei der Berechnung muss man hier von jener Stellung der Förderschale ausgehen, bei welcher in einem der Behälter die Spannung einer Atmosphäre herrscht.

Die allgemeine Gleichung war folgende:

$$p_m = \left(\frac{V}{V + s}\right)^m p_0$$

Setzt man nun $p_m = 1$, so ergibt sich m als jene Anzahl von Hüben, bei welcher die Luftspannung der äusseren Atmosphäre gleich kommt.

$$1 = \left(\frac{V}{V + s}\right)^m p_0$$

und setzen wir $\frac{V}{V + s} = \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^{\frac{1}{n}}$ ein,

so erhalten wir

$$1 = \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^{\frac{m}{n}} p_0 \text{ oder}$$

$$\frac{m}{n} \log \frac{p_n}{p_0} = \log \frac{1}{p_0}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{\log \frac{1}{p_0}}{\log \frac{p_n}{p_0}} = \frac{\log p_0}{\log \frac{p_0}{p_n}} \text{ und schliesslich}$$

$$m = n \frac{\log p_0}{\log \frac{p_0}{p_n}}$$

Ein aus praktischen Gründen günstiger Zeitpunkt zur Füllung der Reservoirs aus der äusseren Luft wird der sein, wo beide

Reservoirs gleichzeitig gefüllt werden können, und dieses wird sein, wenn beide Fördergefäße den halben Förderweg zurückgelegt haben.

Man setze also $m = \frac{n}{2}$

oder $\frac{\log p_0}{\log \frac{p_0}{p_n}} = \frac{1}{2}$. Diesem Ausdruck entspricht der Werth $p_n = \frac{1}{p_0}$

da $\frac{\log p_0}{\log p_0^2} = \frac{\log p_0}{2 \log p_0} = \frac{1}{2}$ ist.

Es geht dann die allgemeine Formel für die jeweilige resultierende Luftspannung

$$p_x = p_n p_0^{\frac{x}{n} \left(1 - \frac{x}{n}\right)} = p_0 p_n^{\frac{x}{n} \left(1 - \frac{x}{n}\right)} \text{ über in:}$$

$$p_x = \frac{p_0^{\left(1 - \frac{x}{n}\right)}}{p_0^{\frac{x}{n}}} = \frac{p_0^{\frac{x}{n}}}{\left(1 - \frac{x}{n}\right)} = p_0^{\left(1 - 2\frac{x}{n}\right)} = \frac{1}{p_0^{\left(1 - 2\frac{x}{n}\right)}};$$

die ideelle Spannung wird sein:

$$p'_x = \left(1 - 2 \frac{x}{n}\right) \left(p_0 - \frac{1}{p_0}\right)$$

Stellt man hier abermals eine Tabelle für verschiedene Anfangsspannungen p_0 zusammen, so lässt sich aus derselben das Güteverhältniss der Seilausgleichung leicht entnehmen.

Wenn vollständige Ausgleichung stattfinden sollte, so müsste $p'_x = p_x$ für jeden beliebigen Werth von x sein, also auch für

$$x = \frac{n}{4};$$

es ist:

$$p'_x = \frac{1}{2} \left(p_0 - \frac{1}{p_0}\right) \text{ und } p_x = p_0^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{p_0^{\frac{1}{2}}}$$

setzt man vorläufig $p_0^{\frac{1}{2}} = y$ oder $p_0 = y^2$, so hat man

$$\frac{1}{2} \left(y^2 - \frac{1}{y^2}\right) = y - \frac{1}{y}$$

oder

$$y^4 - 1 = 2 y^3 - 2 y$$

$$y^4 - 2 y^3 + 2 y - 1 = 0$$

Die vier Wurzeln dieser Gleichung sind $y = +1, +1, +1$ und -1 somit $y = 1$ und auch $p_0 = p_n = 1$, welche Werthe aber unbrauchbar sind.

Um mit den Gütegraden aus folgender Tabelle Vergleiche mit jenen der Tabelle II anstellen zu können, mögen dieselben ebenfalls für den vierten Theil der gesammten zur Förderung nöthigen Kolbenhübe berechnet werden. Man hat also:

$$p_{\frac{n}{4}} = \sqrt[p_0]{p^0} - \sqrt[p_0]{\frac{1}{p_0}} \text{ und } p'_{\frac{n}{4}} = \frac{1}{2} \left(p_0 - \frac{1}{p_0} \right)$$

ferner

$$\eta_{\frac{n}{4}} = \frac{p_{\frac{n}{4}}}{p'_{\frac{n}{4}}}$$

Tabelle III.

$p_0 =$	2	3	4	5	6	7	8
$p_{\frac{n}{4}} =$	0.707	1.155	1.500	1.789	2.041	2.268	2.474
$p'_{\frac{n}{4}} =$	0.750	1.333	1.875	2.400	2.916	3.428	3.937
$\eta_{\frac{n}{4}} =$	0.942	0.866	0.810	0.787	0.699	0.661	0.628

Man sieht deutlich, dass in diesem Falle das Güteverhältniss mit dem Wachsen der Anfangsspannung rapid abnimmt.

Wir wollen nun untersuchen, welches Resultat wir erhalten würden, wenn wir in dem zuletzt angeführten Beispiele für $H = 1000$ m $p_n = \frac{1}{p_0}$ setzen, jedoch denselben Gütegrad der Seilausgleichung, wie dort bei $p_0 = 4$ atm, erreichen wollen.

Aus Tabelle II entspricht für $p_0 = 4$ der Gütegrad $\eta_{\frac{n}{4}} = 0.942$.

In Tabelle III entspricht diesem eine Anfangsspannung $p_0 = 2$, man erhält dann für:

$H = 1000$ m; $R = 180$ ct; $G_0 = 1700$ klg; $\frac{R}{r} = 2$; $n = 177$,

die Werthe:

$$f = \frac{G_0}{p_0 - \frac{1}{p_0}} \frac{R}{r} \frac{\pi}{2} = 3559 \text{ qct, } s = 0.6405 \text{ cm,}$$

und

$$V = \frac{s}{\left(\frac{p_0}{1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1} = \frac{s}{p_0^{\frac{1}{n}} - 1} = 81 \text{ cm,}$$

also wir erhalten anstatt eines kleineren Volumens gerade ein doppelt so grosses wie früher.

Würde man nach Tabelle III grössere Anfangsspannungen nehmen, so würde das Güteverhältniss ein bedeutend kleineres werden.

Schon bei $p_0 = 3 \text{ atm}$ (das entspricht einem Anfangsüberdruck von $2\frac{2}{3} \text{ atm}$) ist der Gütegrad $\eta_{\frac{n}{4}} = 0.866$, welchem aus Tabelle II eine Anfangsspannung $p_0 = 9 \text{ atm}$ (d. i. 8 atm Ueberdruck) entsprechen würde.

Aus dieser Betrachtung geht hervor, dass es besser ist, ohne Vacuum zu arbeiten und die Sache so einzurichten, dass die niederste Luftspannung $p_n = 1$ wird.

Höhere Endspannungen als eine Atmosphäre zu nehmen, wäre unpraktisch, denn je höher diese werden, je grösser müssten auch die Anfangsspannungen sein. Die Behälter würden starken Pressungen ausgesetzt sein, eventuelle Luftverluste wären grösser, und man hätte doch damit nichts weiter erreicht.

Arbeit der Luft.

Da, wie wir gesehen haben, durch meine Vorrichtung keine vollständige, jedoch immerhin im hohen Grade günstige Seil- ausgleichung erreicht wird, so bleibt mir noch übrig, den Gesamt- gütegrad für dieselbe zu bestimmen, und ihn für die verschiedenen Anfangsspannungen p_0 tabellarisch zusammenzustellen.

Vor Allem ist dann nothwendig, die Arbeit der Luft, während einer halben Förderung (während der zweiten Hälfte findet dieselbe Arbeit, jedoch in entgegengesetztem Sinne statt), aufzusuchen.

In Fig. 19 zeigt uns OM die wirkliche resultirende Luft- spannungs-Curve, und die Fläche OMN repräsentirt die fragliche Arbeit. Arbeit ist das Produkt aus Kraft und Weg, folglich ein Ausdruck von zwei Dimensionen, graphisch dargestellt eine Fläche.

Diese Dreieckfläche stellt somit die Arbeit der Luft dar, welche durch einen Quadrat-Centimeter Kolbenfläche der Pumpe geleistet wird. Die Elementar-Arbeit ist also Kraft mal Weg, das ist $p_x dx$, und setzt man für p_x den Werth aus der Gleichung der wirklichen Luftspannungs-Curve

$$p_x = \left(\frac{1}{p_0}\right)^{\frac{x}{n}} p_0 - p_0^{\frac{x}{n}},$$

so erhält man das Differential der Arbeit der Luft; wenn A die Gesamtarbeit bedeutet, so ist dieses dann dA und wird sein:

$$dA = p_x dx = p_0 \left(\frac{1}{p_0}\right)^{\frac{x}{n}} dx - p_0^{\frac{x}{n}} dx$$

$$dA = n \left[p_0 \left(\frac{1}{p_0}\right)^{\frac{x}{n}} d\frac{x}{n} - p_0^{\frac{x}{n}} d\frac{x}{n} \right]$$

Integrirt man diesen Ausdruck innerhalb der Grenzen 0 und m so wird

$$A\Big|_0^m = \int_0^m p_x dx = n \left\{ p_0 \int_0^m \left(\frac{1}{p_0} \right)^{\frac{x}{n}} d\frac{x}{n} - \int_0^m p_0 d\frac{x}{n} \right\}$$

$$A\Big|_0^m = n \left\{ p_0 \frac{\left(\frac{1}{p_0} \right)^{\frac{m}{n}}}{\lg_n \frac{1}{p_0}} - \frac{p_0}{\lg_n \frac{1}{p_0}} - \frac{p_0^{\frac{m}{n}}}{\lg_n p_0} + \frac{1}{\lg_n p_0} \right\}$$

$$A\Big|_0^m = \frac{n}{\lg_n p_0} \left\{ -p_0 \left(\frac{1}{p_0} \right)^{\frac{m}{n}} + p_0 - p_0^{\frac{m}{n}} + 1 \right\}$$

und man erhält allgemein:

$$A\Big|_0^m = n \frac{p_0 - p_0^{1 - \frac{m}{n}} - p_0^{\frac{m}{n}} + 1}{\lg_n p_0}$$

Die ideelle Luftarbeit, das ist diejenige, welche einen vollständigen Ausgleich eines cylindrischen Seiles herbeiführen soll, findet man analog wie die wirkliche, indem man die Fläche des Dreieckes OMN (Fig. 20) berechnet, oder indem man allgemein vorgeht, und die Differentialgleichung $dA' = p'_x dx$ integrirt; für p'_x hat man wieder den Ausdruck der ideellen Luftspannungs-Curve zu setzen:

$$p'_x = \left(1 - 2 \frac{x}{n} \right) (p_0 - 1)$$

und es wird

$$dA' = p'_x dx = (p_0 - 1) \left(1 - 2 \frac{x}{n} \right) dx$$

Integrirt man zwischen den Grenzen 0 und m , so ergibt sich:

$$A'\Big|_0^m = \int_0^m (p_0 - 1) \left(1 - 2 \frac{x}{n} \right) dx$$

$$A'\Big|_0^m = (p_0 - 1) \left\{ \int_0^m dx - \frac{2}{n} \int_0^m x dx \right\}$$

$$A'\Big|_0^m = (p_0 - 1) \left\{ m - \frac{2}{n} \frac{m^2}{2} \right\} = (p_0 - 1) \left\{ m - \frac{m^2}{n} \right\}$$

und allgemein

$$A' \Big|_0^m = (p_0 - 1) m \left\{ 1 - \frac{m}{n} \right\}$$

Die Gesamtarbeit während einer ganzen Förderung ist begreiflicher Weise gleich Null, da die Arbeit, welche geleistet wurde, von Beginn bis zur halben Förderung, die gleich ist der negativen Arbeit, welche von dieser bis zu Ende der ganzen Förderhöhe geleistet wurde. Um die Arbeit bis zur halben Förderhöhe, oder hier besser gesagt, bis die halbe Anzahl der gesammten Kolbenhübe vollendet ist, zu finden, hat man in den allgemeinen Arbeitsgleichungen

$$m = \frac{n}{2}$$

zu setzen, und es wird die wirkliche Luftarbeit:

$$A \Big|_0^{\frac{n}{2}} = n \frac{p_0 - p_0 - p_0 + 1}{\lg_n p_0} = n \frac{(p_0 + 1) - 2\sqrt{p_0}}{\lg_n p_0}$$

die ideelle Luftarbeit

$$A' \Big|_0^{\frac{n}{2}} = (p_0 - 1) \frac{n}{2} \frac{1}{2} = n \frac{(p_0 - 1)}{4}$$

Das Verhältniss beider Arbeiten gibt den Gesamtgütegrad

$$\eta = \frac{A \Big|_0^{\frac{n}{2}}}{A' \Big|_0^{\frac{n}{2}}}$$

für das cylindrische Seil, und würde man diesen durch das Verhältniss γ (siehe Seite 24) dividiren, so erhält man den Gütegrad für das continuirlich sich verjüngende Seil $\mathfrak{S}$

$$\mathfrak{S} = \frac{\eta}{\gamma}$$

Aus folgender Tabelle sind beide Verhältnisse zu ersehen. Bei der Berechnung wurde für γ der auf Seite 24 gefundene Werth eingesetzt, welcher bestimmt wurde

für $\zeta H = \frac{1}{2}$ und lautet:

$$\gamma = 0.9956.$$

Tabelle IV.

$p_0 =$	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{A\left\{\frac{n}{2}\right\}_0}{n} =$	0·2475	0·4878	0·7213	0·9432	1·1729	1·3953	1·6076
$\frac{A'\left\{\frac{n}{2}\right\}_0}{n} =$	0·2500	0·5000	0·7500	1·0000	1·2500	1·5000	1·7500
$\eta =$	0·9903	0·9755	0·9617	0·9432	0·9380	0·9302	0·9186
$\mathfrak{S} =$	0·9947	0·9798	0·9660	0·9473	0·9421	0·9343	0·9227
$p_0 =$	9	10	11	12	13	14	15
$\frac{A\left\{\frac{n}{2}\right\}_0}{n} =$	1·8204	2·0303	2·2380	2·4435	2·6467	2·8483	3·0478
$\frac{A'\left\{\frac{n}{2}\right\}_0}{n} =$	2·0000	2·2500	2·5000	2·7500	3·0000	3·2500	3·5000
$\eta =$	0·9102	0·9023	0·8952	0·8885	0·8822	0·8764	0·8708
$\mathfrak{S} =$	0·9142	0·9063	0·8992	0·8924	0·8861	0·8802	0·8746

Der Gütegrad η , besonders aber $\mathfrak{S}$, zeigt verhältnissmässig grosse Werthe bei nicht zu hohen Luftspannungen; bei diesen erreichen sie nahezu die Einheit, so dass man diese Ausgleichvorrichtung für die Praxis eine vollkommene nennen kann.

Füllung der Reservoirs mit gespannter Luft.

Das Anfüllen der Behälter mit Luft kann auf verschiedene Weise stattfinden, und es mögen daher die Arten nachfolgend angeführt und durch numerische Beispiele erläutert werden, um auch Ziffern, welche die zweckmässigsten Arten am besten bezeichnen können, sprechen zu lassen.

Ursprünglich wird in beiden Behältern eine Luftspannung gleich der äusseren Atmosphäre, also gleich 1 atm herrschen.

Erste Art:

Indem wir ohne Förderlast zu fördern beginnen und Luft aus der äusseren Atmosphäre ansaugen, wird durch die Pumpe in dem einen Reservoir die Luft verdichtet.

Vor dem ersten einfachen Kolbenhube, wird sowohl im Reservoir, als auch in der Pumpe die Spannung einer Atmosphäre herrschen; nach dem ersten Kolbenhub aber wird die Spannung im Luftbehälter auf p_1 gestiegen sein, und zwar wird nach dem Mariotte'schen Gesetze

$$(V + s) = Vp_1$$

jetzt tritt zu V wieder ein Volumen s von der Spannung $= 1$ atm. und die Spannung p_1 im Reservoir geht über von p_1 auf p_2 . Dieses Verfahren wiederholt, gibt so viele Gleichungen, als Kolbenhübe stattfanden. Sei n die Anzahl der Kolbenhübe für eine ganze Förderung, so erhalten wir n Gleichungen. Addirt man diese n Gleichungen, so findet man die Spannung p_a der Luft, welche nach diesen n Hüben im Reservoir sein wird, auf folgende Weise:

$$\begin{array}{rcl} V + s & = & Vp_1 \\ Vp_1 + s & = & Vp_2 \\ \dots\dots\dots & & \\ Vp_{(n-1)} + s & = & Vp_n \\ \hline V + sn & = & Vp_a \end{array}$$

und daraus

$$p_a = \frac{V + ns}{V} = \left(1 + n \frac{s}{V}\right)$$

Jetzt wollen wir dieses Reservoir von der Pumpe gänzlich absperren und beim Rückgange der Maschine das zweite Reservoir aus der äusseren Luft speisen — am Ende dieser Förderung wird im zweiten Reservoir ebenfalls die Spannung p_a herrschen.

$$p_a = \left(1 + n \frac{s}{V}\right)$$

Setzen wir nun beide Reservoirs mit der Pumpe in Verbindung und pumpen bei der zweiten Abwärtsförderung (ich bezeichne vorhergehende als erste Aufwärtsförderung) die Luft aus dem zweiten Reservoir in das erste.

Es ist jetzt die Frage, wann wird im zweiten Reservoir wieder die Spannung einer Atmosphäre herrschen?

Die anfängliche Spannung im Reservoir II ist gleich p_a , und wir erhalten nach dem Mariotte'schen Gesetze die Anzahl der Kolbenhübe α , nach welchen die Spannung $p_a = 1$ in demselben herrschen wird, durch Folgendes:

$$\begin{aligned} V p_a &= (V + s) p_1 \\ V p_1 &= (V + s) p_2 \\ V p_2 &= (V + s) p_3 \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$V p_{(\alpha-1)} = (V + s) p_\alpha$$

und wir erhalten

$$V^\alpha p_a = (V + s)^\alpha p_\alpha$$

indem wir diese α Gleichungen miteinander multiplicirten, oder da $p_\alpha = 1$

$$V^\alpha p_a = (V + s)^\alpha$$

und daraus

$$\alpha = \frac{\log p_a}{\log \left(1 + \frac{s}{V}\right)}$$

nach diesen α Hüben dieser zweiten Abwärtsförderung ist die Spannung im Reservoir I gleich $(2 p_a - 1)$ atm und im Reservoir II gleich 1 atm.

Die Reservoirs sind so eingerichtet, dass, wenn die Spannung unter eine Atmosphäre sinken will, sich ein Ventil nach Innen öffnet, somit auch durch weiteres Auspumpen immer Luft nachströmen kann, man braucht also in der Praxis gar nicht zu wissen, wieviel Hübe bis zu diesem Zeitpunkte gemacht werden müssen,

denn die Spannungen in den Reservoiren kann man am Manometer ablesen.

Es bleiben nun zur vollständigen zweiten Abwärtsförderung noch $(n - \alpha)$ Hübe übrig, welche benützt werden, um die Luft im Reservoir I noch weiter zu verdichten, welches durch Ansaugen der äusseren Luft geschieht.

Stellen wir wieder jetzt $(n - \alpha)$ Gleichungen auf, so finden wir, dass nach vollständiger zweiten Abwärtsförderung im Reservoir I eine Spannung p_b herrschen wird.

Wir haben also

$$\begin{array}{rcl} V(2p_a - 1) + s & = & Vp_1 \\ Vp_1 + s & = & Vp_2 \\ \dots\dots\dots & & \dots\dots\dots \\ Vp_{(b-1)} + s & = & Vp_b \\ \hline \text{Summe} = & V(2p_a - 1) + (n - \alpha)s & = Vp_b \end{array}$$

und daraus

$$p_b = (2p_a - 1) + (n - \alpha) \frac{s}{V}$$

Würde schon vor Vollendung der zweiten Abwärtsförderung die gewünschte Spannung im Reservoir I eingetreten sein, so kann man auch hier die Anzahl der Hübe berechnen, welche von Beginn dieser Förderung gemacht werden mussten.

Z. B. es sei $p_\beta = p_0$ die gewünschte Spannung, β jene Anzahl Hübe, welche noch zu machen sind, nachdem das Reservoir II ausgepumpt war.

$$\begin{array}{rcl} V(2p_a - 1) + s & = & Vp_1 \\ Vp_1 + s & = & Vp_2 \\ \dots\dots\dots & & \dots\dots\dots \\ Vp_{(\beta-1)} + s & = & Vp_0 \\ \hline V(2p_a - 1) + \beta s & = & Vp_0 \end{array}$$

und daraus

$$\beta = [p_0 - (2p_a - 1)] \frac{V}{s}$$

oder vom Beginne der zweiten Abwärtsförderung an, gleich $(\alpha + \beta)$ Hübe.

Wäre aber p_b noch immer kleiner als p_0 , so müsste man das Reservoir I nach der vollständigen zweiten Abwärtsförderung wieder absperren, dann beim zweiten Aufwärtsfördern abermals das Reservoir II aus der äusseren Luft speisen, und so den Process wiederholen.

Zweite Art:

Auch auf folgende Weise könnte man die Luftbehälter füllen: man rechne aus, wie viel Hübe nothwendig sind, um die Spannung in einem Reservoir auf p_0 zu bringen, wenn stets Luft von einer Atmosphäre angesaugt wird.

(Diese Methode ist vorzüglich deshalb hier näher behandelt, da sie in einem Falle, welcher im Abschnitte »Graduiren der Skala des Wasserstandsglases«, nothwendig werden dürfte.)

Es bezeichne λ jene Anzahl von Hüben, nach welchen $p_\lambda = p_0$ wird. Den weiteren Gang der Rechnung wird man leicht auch ohne Beschreibung entnehmen können.

$$\begin{array}{rcl}
 V + s & = & V p_1 \\
 V p_1 + s & = & V p_2 \\
 \dots & & \dots \\
 \dots & & \dots \\
 V p_{(\lambda-1)} + s & = & V p_\lambda \\
 \hline
 \text{Durch Addiren} & & V + \lambda s = V p_0 \\
 \text{und} & & \lambda = (p_0 - 1) \frac{V}{s}
 \end{array}$$

λ wird entschieden grösser sein, als die Anzahl der Hübe einer Förderung, weshalb man denn noch ein zweites Mal, vielleicht auch öfter nach abwärts fördern muss, um die gewünschte Spannung zu erreichen. Beim Aufwärtsfördern ist dann jedesmal das entsprechende Reservoir von der Pumpe abzusperren.

Zum besseren Einblick in den Vorgang werden zu den vorigen Beispielen die Anzahl der Förderungen zum Füllen der Behälter berechnet werden.

1. Beispiel.

Es seien die einem früheren Beispiele entnommenen Werthe einer Seilausgleich-Vorrichtung:

$$H = 500 \text{ m}; \quad V = 8.44 \text{ cm}; \quad s = 0.1098 \text{ cm}; \quad n = 106; \quad p_0 = 4 \text{ atm.}$$

Es soll die Anzahl der Förderungen bestimmt werden, welche nothwendig ist, um die Gefässe zu füllen.

I. Art: Nach dem ersten Abwärtsfördern wird im Reservoir I eine Spannung p_a herrschen, diese Spannung bestimmt sich aus

$$p_a = \left(1 + n \frac{s}{V}\right) = 2.399 \sim 2.4 \text{ atm.}$$

Nun wird das Reservoir I abgesperrt und während des Aufwärtsförderns das Reservoir II gefüllt. Die Spannung, die am Ende dieser Förderung im Reservoir II vorhanden sein wird, ist auch

$$p_a = 2.4 \text{ atm.}$$

Bei dem nun folgenden Abwärtsfördern wird Luft aus dem einen Reservoir in das andere gepumpt. In Folge des vorhandenen Luftventiles wird die Spannung im Reservoir II nie unter 1 atm sinken, also, wenn das Fördern fortwährt, Luft von der Spannung der Atmosphäre von den Pumpen angesaugt und in das Reservoir I befördert. Die Anzahl der Hübe, welche nothwendig sind, um die Spannung im Reservoir II auf 1 atm zu bringen, sowie die Spannung, welche in diesem Momente in dem Reservoir I herrscht, lässt sich nach vorherabgeleiteten Gleichungen bestimmen.

Es sei:

α die Anzahl der Hübe, nach welchen die Spannung im Reservoir II 1 atm beträgt,

p_α die Spannung, welche nach diesen α Hüben im Reservoir I vorhanden ist, so ist

$$p_\alpha = 2 p_a - 1 = 3.8 \text{ atm.}$$

$$\alpha = \frac{\log p_a}{\log \left(1 + \frac{s}{V}\right)} = 66.8 \sim 67.$$

Wird nun weiter gefördert, so wird Luft von der Spannung 1 atm in das Reservoir I gepumpt. Es handelt sich nun darum, zu erfahren, nach wie viel Hüben die Spannung im Reservoir I das gewünschte Mass, also 4 atm erreicht haben wird.

Es sei $p_\beta = p_o = 4 \text{ atm}$ die Endspannung; β die Anzahl der Hübe, nach welchen im Reservoir I die Pressung p_β erreicht wird; so ist:

$$\beta = [p_o - (2 p_a - 1)] \frac{V}{s} = 15.15 \sim 16.$$

Beim zweiten Abwärtsfördern sind also im Ganzen nur $(\alpha + \beta) = 83$ Hübe nothwendig, um im Reservoir I die gewünschte Pressung $p_o = 4 \text{ atm}$ zu bekommen.

In der Praxis wird man also im Ganzen zur Füllung der Gefäße 1mal auf und abwärts fördern und noch $\frac{1}{2}$ mal abwärts fördern.

II. Art: Bei dieser Art der Füllung wird von der Pumpe direct in das eine Reservoir soviel Luft gepresst, dass die erwünschte Spannung erreicht wird. Das Arbeiten kann in diesem Falle nur einseitig geschehen, da ja, nachdem man das erste oder zweite Reservoir wählt, nur beim Abwärts-, beziehungsweise nur beim Aufwärtsfördern das Füllen erfolgt.

Es sei $p_0 = 4$ atm die zu erreichende Spannung; λ die Anzahl der Hübe, nach welchen diese Spannung erreicht wird; so ist:

$$\lambda = (p_0 - 1) \cdot \frac{V}{s} = 227.27.$$

Es sind also zur Füllung der Gefäße $2\frac{1}{5}$ Auf- und Abwärtsförderungen erforderlich. Die erste Methode der Füllung erscheint also ökonomischer.

2. Beispiel:

Die Dimensionen einer vorher berechneten Förderanlage mit Luft-Seilausgleichvorrichtung sind

$$H = 750 \text{ m}; V = 9.56 \text{ cm}; s = 0.1186 \text{ cm}; n = 145; p_0 = 6 \text{ atm.}$$

Es ist die Anzahl der Förderungen, die zur Füllung nothwendig wird, zu bestimmen.

I. Art: Beim ersten Abwärtsfördern wird die Spannung im Reservoir I steigen auf

$$p_a = 1 + n \frac{s}{V} = 2.79 \text{ atm.}$$

Beim ersten Aufwärtsfördern im Reservoir II auf

$$p_a = 2.79.$$

Beim zweiten Abwärtsfördern wird die Spannung im Reservoir II nach α Hüben gleich 1 atm sein, wobei

$$\alpha = \frac{\log p_a}{\log \left(1 + \frac{s}{V}\right)} = 83.2.$$

Im Reservoir I gleich

$$p_a = 2 p_a - 1 = 4.58 \text{ atm.}$$

Nach Vollendung der Förderung, also nach weiteren $\beta = (n - \alpha)$ Hügen wird im Reservoir II gleich 1 atm, im Reservoir I

$$p_b = (2 p_a - 1) + (n - \alpha) \frac{s}{V} = 5.348 \text{ atm.}$$

Nun brauchen wir in das Reservoir II nur diejenige Luftmenge noch zu pumpen, welche in das Reservoir I gepumpt, die Spannung auf 6 atm ergänzt, mit anderen Worten: es muss im Reservoir II noch eine Spannung p_β erreicht werden, welche sich bestimmt aus

$$p_\beta = p_a - p_b + 1 = 1.652 \text{ atm.}$$

Die Hubzahl β , welche dazu nothwendig ist, bestimmt sich aus

$$\beta = (p_\beta - 1) \frac{V}{s} = 52.6 \sim 53.$$

In der Praxis wird man also behufs der Füllung 1mal auf- und abwärtsfördern, dann nochmals abwärtsfördern und weiters noch $\frac{1}{3}$ Auf- und Abwärtsförderung ausführen.

2. Art: Die Anzahl der Hübe zur Füllung ergibt sich aus

$$\lambda = (p_a - 1) \cdot \frac{V}{s} = 403.2,$$

das entspricht 6 Ab- und Aufwärtsförderungen.

3. Beispiel:

Ein vorheriges Beispiel ergab

$$H = 1000 \text{ m; } V = 12 \text{ cm; } s = 0.1372 \text{ cm; } n = 177; p_0 = 8.$$

Es ist die Anzahl der Förderungen, welche zur Füllung der Gefässe nothwendig ist, zu bestimmen.

I. Art: Nach dem ersten Abwärtsfördern herrscht im Reservoir I die Pressung

$$p_a = 2.38 \text{ atm.}$$

Nach dem ersten Aufwärtsfördern im Reservoir II

$$p_a = 2.38 \text{ atm.}$$

Nach α Hügen beim zweiten Abwärtsfördern:

Reservoir I Spannung $2 p_a - 1 = 3.6 \text{ atm,}$

Reservoir II Spannung 1 atm,

wobei

$$\alpha = \frac{\log p_a}{\log \left(1 + \frac{s}{V}\right)} = 112.$$

Nach Schluss der zweiten Abwärtsförderung:

Reservoir I Spannung $p_b = (2 p_a - 1) + (n - \alpha) \frac{s}{V} = 4.26 \text{ atm}$,
 Reservoir II Spannung 1 atm.

Nach dem zweiten Aufwärtsfördern:

Reservoir I Spannung 4.26 atm,
 Reservoir II Spannung 2.38 atm.

Nach $\alpha = 112$ Hüben beim dritten Abwärtsfördern:

Reservoir I Spannung $p_b + p_a - 1 = 5.64 \text{ atm}$,
 Reservoir II Spannung 1 atm.

Nach Schluss der dritten Abwärtsförderung:

Reservoir I Spannung $p_c = (p_b + p_a - 1) + (n - \alpha) \frac{s}{V} = 6.14 \text{ atm}$,
 Reservoir II Spannung 1 atm.

Nach dem dritten Aufwärtsfördern:

Reservoir I Spannung 6.14 atm,
 Reservoir II Spannung 2.38 atm.

Nach $\alpha = 112$ Hüben beim dritten Aufwärtsfördern:

Reservoir I Spannung $p_{b_1} + p_a - 1 = 7.52 \text{ atm}$,
 Reservoir II Spannung 1 atm.

Es fragt sich nun, wie viel Hübe noch gemacht werden müssen, um diese Spannung im Reservoir I auf 8 atm zu ergänzen. Dies ergibt sich aus

$$\beta = [p_0 - (p_{b_1} + p_a - 1)] \cdot \frac{V}{s} = 60.$$

In der Praxis wird man behufs der Füllung viermal Auf- und Abwärtsfördern.

II Art. — Die Anzahl der Kolbenhübe ergeben sich aus

$$\lambda = (p_0 - 1) \cdot \frac{V}{s} = 898,$$

was rund 10 Auf- und Abwärtsförderungen entspricht.

Dritte Art:

Die letzte noch anzuführende Methode, die Luftbehälter mit gespannter Luft zu versehen, wäre die, indem man eine eigene Pumpe aufstellt, welche eben nur den Zweck des Anfüllens der Reservoirs mit Luft hat

Aus den Beispielen geht zur Genüge hervor, dass durch die erste angeführte Weise die Speisung der Reservoirs am schnellsten, daher auch am ökonomischsten vollführt wird.

Erhöhung des Güteverhältnisses bei Anwendung der Luftseilausgleichung. — Beschleunigung der Massen durch dieselbe.

Bei Beginn einer jeden Förderung müssen alle Massen, das sind: Seil und Last, abgesehen, die eigentlichen Maschinenbestandtheile und die Fördertrommel in Bewegung gesetzt werden; dieses bedingt sonach eine Kraft-Erhöhung der Maschine. Diese wieder kann aber nur erreicht werden, indem der Dampfzufüllungsgrad vergrößert wird. Ist diese Maschine jedoch für ein bestimmtes Füllungsverhältniss erbaut, so wird sie bei einer bedeutend abweichenden Füllung der Normalen ungünstiger arbeiten.

Zu Ende einer Förderung muss die Bewegung der Massen wieder eingestellt werden, was ebenfalls einer (negativen) Kraft, eines Widerstandes bedarf.

Einen Theil dieses nöthigen Kraftüberschusses der Maschine, so wie einen Theil dieses Widerstandes kann ebenfalls die Luft in den Reservoirs übernehmen.

Das Seilausgleichungsmittel soll zu Anfang und zu Ende einer Förderung am kräftigsten wirken, und wenn in diesen Zeitpunkten noch die Kraft, bezw. der Widerstand der Massenbeschleunigung hinzukommt, muss das Ausgleichungsmittel noch eine stärkere Kraft äussern, als beim alleinigen Seilausgleich.

Die Luft kann bei Beginn einer Förderung leicht auf einen höheren Spannungsgrad gesetzt, folge dessen auch theilweise für diese Arbeit verwendet werden.

Gleichzeitig bei dieser Anwendung der Luft wird auch der Wirkungsgrad der Seilausgleichung gesteigert, und man erreicht daher gleichzeitig bei Anwendung dieser Vorrichtung zweierlei Vortheile.

Wenn die Gewichte der zu beschleunigenden Massen $= (2 G_0 + 2 F + q)$ sind, wobei G_0 das Gewicht eines Förderseiles, F die Gewichte der Fördergefässe eines Seiles und q die Nutzlast bedeutet, so ist die zu beschleunigende Masse

$$M = \frac{2(G_0 + F) + q}{g} \quad ^1)$$

worin $g = 9.81$ die Beschleunigung der Schwere ist.

Die Arbeit, welche diese Massenbeschleunigung erfordert, ist gleich der lebendigen Kraft

$$L = \frac{M v_1^2}{2}$$

Diese lebendige Kraft sollen die Massen erreicht haben, nachdem ein Weg von l Meter von dem Fördergefäße zurückgelegt wurde, und umgekehrt sollen die Massen, während einer Strecke von ebenfalls l Meter, vor Ende des Hubes verzögert werden.

Bei jeder zu erbauenden Fördermaschine wird die mittlere Fördergeschwindigkeit v , mit welcher sie arbeiten soll, gegeben sein.

Momentan beim Anhub kann diese aber nicht erreicht werden; die mittlere Geschwindigkeit, während der Anhubperiode, wird eine geringere sein, als diese, und während die Maschine mit gleichmässiger Geschwindigkeit arbeitet, muss sie deshalb die mittlere Fördergeschwindigkeit überstiegen haben, während des Endlaufes jedoch wieder unter dieselbe herabsinken, bis sie zum Schlusse der Förderung gleich Null wird.

Angenommen, die Beschleunigung, respective die Verzögerung der Massen während des An- und Endlaufes der Förderung sei eine gleichmässige, so wird die mittlere Geschwindigkeit in diesen Perioden gleich der halben Maximal-Fördergeschwindigkeit v_1 sein (siehe Fig. 21). Die Zeit für eine Förderung beträgt $\frac{H}{v}$ Secunden, diese muss nun gleich sein der Summe der Zeiten der einzelnen Förderperioden, daher:

$$\frac{H}{v} = \frac{l}{\frac{v_1}{2}} + \frac{H-2l}{v_1} + \frac{l}{\frac{v_1}{2}} = \frac{H-2l+4l}{v_1}$$

und daraus ergibt sich

$$v_1 = \frac{H+2l}{H} v = \left(1 + 2 \frac{l}{H}\right) v$$

¹⁾ Ich will mich mit diesem Werthe begnügen, obwohl noch die Seiltrommeln etc. etc. in Bewegung gesetzt werden müssen, welche totale Arbeit ich der Maschine überlasse, da ich doch nicht die Absicht habe, diese selbst durch meine Vorrichtung in Gang zu bringen.

Da sich ferner die Kolbengeschwindigkeiten so verhalten, wie die Fördergeschwindigkeiten, so ist die Maximal-Kolbengeschwindigkeit c_1 , welche einer Fördergeschwindigkeit v_1 entspricht, gleich

$$c_1 = \left(1 + 2 \frac{l}{H}\right) c$$

wobei c die mittlere Kolbengeschwindigkeit bedeutet.

Einer Fördertiefe von H Meter entsprechen nach Vorangegangem n einfache Kolbenhübe der Maschine und gleichzeitig auch der Pumpe, dem Wege von l Meter, daher σ Kolbenhübe, oder es ist

$$\frac{l}{H} = \frac{\sigma}{n}$$

Die beschleunigenden Massen sind nur auf die Kolbenfläche der Pumpe, und zwar auf den Quadratcentimeter derselben zu beziehen, und es wird analog wie früher das Seilgewicht:

$$\frac{M}{f} \frac{v}{c} = \frac{M}{f} \frac{R}{r} \frac{\pi}{2} = M_r,$$

in welcher Formel M_r die auf den Quadratcentimeter Kolbenfläche reducirten Massen, R und r die Radien der Trommel und Kurbel, ferner f die Kolbenfläche in Quadratcentimeter der Pumpe bedeuten.

Das anfängliche Seilgewicht sei wie früher G_0 , das auf den Quadratcentimeter reducirte jedoch G_r

$$G_r = \frac{G_0}{f} \frac{R}{r} \frac{\pi}{2} = \frac{G_0}{f} \frac{v}{c}$$

daraus ist

$$\frac{R}{rf} \frac{\pi}{2} = \frac{G_r}{G_0}$$

weshalb auch

$$M_r = \frac{M}{G_0} G_r$$

Die reducirte Beschleunigungsarbeit wird sein:

$$L_r = \frac{M_r c_1^2}{2}$$

Würde man die Luftspannung bei Beginn einer Förderung so einrichten, dass das resultirende Seilgewicht genau nach σ Hüben (das entspricht einem Förderwege von l Meter) der in diesem Zeitpunkte auftretenden resultirenden Luftspannung p_σ gleichkommt, so wird die Luftspannung zu Anfang und Ende der Förderung grösser

sein, als das anfänglich reducirte Seilgewicht G_r , weshalb auch während der σ Hübe ein Ueberschuss an Arbeit geleistet werden muss, welcher nun verwendet wird, um wenigstens theilweise die Beschleunigungsarbeit, beziehungsweise Verzögerungsarbeit zu übertragen.

Das resultirende Seilgewicht nach σ Hüben sei G_σ (s. Fig. 22) und nach der Annahme, dass das resultirende Seilgewicht gleichförmig (vergl. die ideelle Seilkraftcurve) bis zur Mitte der Förderung abnimmt, wird:

$$G_\sigma = G_r \left(\frac{\frac{n}{2} - \sigma}{\frac{n}{2}} \right) = G_r \left(1 - 2 \frac{\sigma}{n} \right)$$

Die allgemeine Formel der resultirenden Luftspannung nach x Hüben war

$$p_x = \left(\frac{1}{p_0} \right)^{\frac{x}{n}} p_0 = p_0^{\frac{x}{n}}$$

daher wird auch

$$p_\sigma = p_0^{\left(1 - \frac{\sigma}{n} \right)} = p_0^{\frac{\sigma}{n}}$$

und da sich in diesem Punkte p_σ und G_σ das Gleichgewicht halten sollen, muss

$$p_\sigma = G_\sigma = G_r \left(1 - 2 \frac{\sigma}{n} \right)$$

oder

$$G_r = \frac{p_\sigma}{1 - 2 \frac{\sigma}{n}}$$

daraus lässt sich dann auch gleichzeitig die nutzbare Pumpenkolbenfläche f berechnen.

$$f = \frac{G_0}{G_r} \frac{R}{r} \frac{\pi}{2} = \frac{G_0}{G_r} \cdot \frac{v}{c}$$

Die Arbeit der Luft nach σ Kolbenhüben wird nach Früherem sein:

$$A \int_0^\sigma = n \frac{(p_0 + 1) - \left(p_0^{\left(1 - \frac{\sigma}{n} \right)} + p_0^{\frac{\sigma}{n}} \right)}{\lg_n p_0}$$

Analog der Gleichung der ideellen Seilausgleichungs-Arbeit durch Luft, welche lautete:

$$A' \int_0^m = (p_0 - 1) m \left(1 - \frac{m}{n}\right)$$

wird die resultirende Seilarbeit nach σ Hüben sein:

$$S \int_0^\sigma = G_r \sigma \left(1 - \frac{\sigma}{n}\right)$$

Der Arbeitsüberschuss, welcher zur theilweisen Beschleunigung der Massen verwendet wird, ist demnach:

$$B = A \int_0^\sigma - S \int_0^\sigma$$

und dieser ist dann weiter noch gleich

$$B = \eta_B L_r$$

wobei η_B den Gütegrad in Bezug auf die Massenbeschleunigungs-Arbeit ausdrückt

$$\eta_B = \frac{B}{L_r}$$

Setzt man $\eta_B = 1$, so könnte man aus der Gleichung jene Spannung p_0 berechnen, für welche der Apparat nebst Ausgleichung des Seiles auch vollständig selbstthätig die Massen beschleunigt.

Jedoch diese Rechnung wäre nicht einfach, und nach Folgendem zu urtheilen, höchst überflüssig.

Zur Verwendung auf die Seilausgleichung kommt von der gesammten Luftarbeit, während der halben Förderzeit, also nur der Theil

$\left(A \int_0^{\frac{n}{2}} - B\right)$; und ist $S \int_0^{\frac{n}{2}}$ die gesammte reducirte Seilarbeit während dieser Zeit, so ist der Gütegrad der Seilausgleichung für ein cylindrisches oder ein ideelles Seil:

$$\eta = \frac{A \int_0^{\frac{n}{2}} - B}{S \int_0^{\frac{n}{2}}}$$

dabei ist

$$A \int_0^{\frac{n}{2}} = n \frac{(p_0 + 1) - 2\sqrt{p_0}}{\lg_n p_0}$$

und

$$S \int_0^{\frac{n}{2}} = n \frac{G_r}{4}$$

Auch kann man hier wieder, um eine bessere Einsicht in die Art der Seilausgleichung zu erhalten, für jene Stellung der Fördergefässe, für welche die Differenz des Seil- und Luftdruckes ein Maximum wird, das Verhältniss derselben aufstellen. Genau mathematisch diese Stelle zu untersuchen, würde sehr umständlich sein, und wir können mit hinreichender Genauigkeit durch Schlüsse nach vorgehenden Rechnungen diejenige Förderstellung als die gesuchte bezeichnen, welche in der Mitte zwischen der Stelle der Beendigung der Massenbeschleunigungs-Periode und dem halben Förderwege liegt, oder μ als jene Anzahl der Kolbenhübe angeben, bei welcher die Spannungsdifferenz am grössten wird (siehe Fig. 23); es wird sein:

$$\mu = \sigma + \left(\frac{\frac{n}{2} - \sigma}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{n}{2} + \sigma \right)$$

ferner

$$p_{\mu} = p_0 \left(1 - \frac{\mu}{n} \right) - p_0 \frac{\mu}{n}$$

und

$$G_{\mu} = \left(1 - 2 \frac{\mu}{n} \right) G_r$$

Ferner das Güteverhältniss an dieser Stelle

$$\eta_{\mu} = \frac{p_{\mu}}{G_{\mu}}$$

Um einerseits den Gütegrad der Luftarbeit zur Beschleunigung (η_B), andererseits auch das Güteverhältniss der Seilausgleichungs-Arbeit (η) und das Güteverhältniss der Luft zur resultirenden Seilkraft am ungünstigsten Punkte (η_{μ}) zu veranschaulichen, so sind diese Verhältnisse für, soweit als möglich, allgemeine Annahmen tabellarisch zusammengestellt.

Um diese Rechnungen durchführen zu können, erlaube ich mir folgende Annahmen zu machen, welche circa von 400 bis 1000 Meter Fördertiefe gelten können.

Die Massen, welche beschleunigt werden, müssen ferner vom Seilgewichte abhängig dargestellt werden.

Es sei:

Das Gewicht der Fördergefässe, welches ein Seil zu tragen hat,

$$F = 1.5 q$$

wobei q die Nutzlast ist; somit die Gesamtlast

$$Q = F + q = 2.5 q$$

Nach der allgemeinen Gleichung ist das Gewicht eines continuirlich sich verjüngenden Seiles für eine Förderhöhe H

$$G_0 = Q (e^{\zeta H} - 1)$$

oder für Q obigen Werth eingesetzt

$$G_0 = 2.5 q (e^{\zeta H} - 1)$$

in welcher Formel ζ den Werth besitzt:

$$\text{für ein Seil von zweifacher Drehung } \zeta = \frac{1}{0.957 \mathfrak{S}'}$$

$$\text{für ein Seil von dreifacher Drehung } \zeta = \frac{1}{0.916 \mathfrak{S}'}$$

Nun sei allgemein angenommen

$$\zeta H = \frac{1}{2} \text{ oder } e^{\zeta H} = 1.6487$$

so ergeben sich die Werthe von $\mathfrak{S}'$:

für $H = 500, 600, 700, 800, 900, 1000 \text{ m}$

für zweif. Dr. $\mathfrak{S}' = 1045, 1245, 1463, 1672, 1881, 2090 \text{ klg pro qct}$

für dreif. Dr. $\mathfrak{S}' = 1090, 1308, 1526, 1744, 1962, 2180 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»}$

Für diese Annahme wird dann

$$G_0 = 1.625 q$$

oder

$$q = \frac{G_0}{1.625}$$

Die zu beschleunigende Masse ist

$$M = \frac{2 G_0 + 2 F + q}{g} = \frac{2 G_0 + 3 \frac{G_0}{1.625} + \frac{G_0}{1.625}}{g}$$

$$M = \frac{(3.25 + 3 + 1) G_0}{1.625 g} \sim 0.45 G_0$$

und

$$M_r = \frac{M}{G_0} \quad G_r = 0.45 G_r$$

ferner sei die Maximal-Kolbengeschwindigkeit

$$c_1 = 2 \text{ m}$$

es wird dann die reducirte lebendige Kraft

$$L_r = \frac{M_r c_1^2}{2} = 0.9 G_r$$

Das auf den Quadratcentimeter Kolbenfläche reducirte Seilgewicht

$$G_r = \frac{p_\sigma}{1 - 2\frac{\sigma}{n}}$$

und

$$p_0 = p_0 \left(1 - \frac{\sigma}{n}\right) - p_0 \frac{\sigma}{n}$$

Wollen wir ferner zwischen den Fördertiefen von 500 bis 1000 m das Verhältniss des Weges (l) während der Beschleunigungs-Periode (beziehungsweise Massenverzögerungs-Periode) zur ganzen Förderhöhe als constant annehmen, und zwar

$$\frac{l}{H} = \frac{1}{20}$$

so wird auch die Anzahl der Kolbenhübe, welche während der Anhubperiode stattfinden wird, sein müssen:

$$\sigma = \frac{n}{20} \text{ oder } \frac{\sigma}{n} = \frac{1}{20} = 0.05$$

und es wird

$$G_r = \frac{p_0^{0.95} - p_0^{0.05}}{0.9}$$

Die Arbeit der Luft während der σ Hübe

$$A \Big|_0^\sigma = n \frac{(p_0 + 1) - (p_0^{0.95} - p_0^{0.05})}{\lg_n p_0}$$

die Seilarbeit in derselben Periode

$$S \Big|_0^\sigma = 0.0475 n G_r$$

Die Beschleunigungs-Arbeit der Luft

$$B = A \Big|_0^\sigma - S \Big|_0^\sigma$$

und der Gütegrad der Massenbeschleunigungs-Arbeit der Luft

$$\eta_B = \frac{B}{L_r}$$

Die Luftarbeit, welche verwendet wird, den Seilausgleich herbeizuführen, ist:

$$A \int_0^{\frac{n}{2}} - B$$

und die Seilarbeit

$$= S \int_0^{\frac{n}{2}}$$

dabei ist:

$$A \int_0^{\frac{n}{2}} = \frac{(p_0 + 1) - 2 \sqrt{p_0}}{\lg_n p_0}$$

und

$$S \int_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{4} G_r$$

Der Gütegrad der Seilausgleichungs-Arbeit für ein cylindrisches (oder ideelles) Seil

$$\eta = \frac{A \int_0^{\frac{n}{2}} - B}{S \int_0^{\frac{n}{2}}}$$

derselbe für das continuirlich sich verjüngende Seil

$$\eta = \frac{n}{\gamma}$$

wobei, nach Früherem für dieselben Annahmen (siehe Seite 24)

$$\gamma = 0.9956.$$

Die Anzahl der Kolbenhübe, nach welchen die Ausgleichung am ungünstigsten ist:

$$\mu = 0.275 n$$

die an dieser Stelle herrschende resultirende Luftspannung:

$$p_\mu = p_0^{0.725} - p_0^{0.275}$$

ferner das an derselben Stelle resultirende reducirte Seilgewicht des ideellen Seiles:

$$G_\mu = 0.45 G_r$$

und das Güteverhältniss der Drücke:

$$\eta_\mu = \frac{p_\mu}{G_\mu}$$

Nach diesen Formeln wurden die folgenden Tabellen V, VI, VII und VIII berechnet.

Tabelle V.

$p_0 =$	2	3	4	5	6	7	8
$L_r =$	0.89658	1.78318	2.66035	3.5297	4.3921	5.2489	6.1005
$G_r =$	0.9962	1.9813	2.9559	3.9219	4.8801	5.8321	6.7783
$\frac{A\}_0^\sigma}{n} =$	0.04747	0.09448	0.14145	0.18820	0.23468	0.28105	0.32725
$\frac{S\}_0^\sigma}{n} =$	0.04732	0.09411	0.14041	0.18629	0.23180	0.27702	0.32197
$\frac{B}{n} =$	0.00015	0.00037	0.00104	0.00192	0.00288	0.00403	0.00528
$100 \frac{\eta_B}{n} =$	0.01684	0.02175	0.03909	0.05425	0.06557	0.07677	0.08655
$p_0 =$	9	10	11	12	13	14	15
$L_r =$	6.9475	7.7905	8.6298	9.4657	10.2984	11.1284	11.9555
$G_r =$	7.7194	8.6561	9.5887	10.5174	11.4427	12.3650	13.2839
$\frac{A\}_0^\sigma}{n} =$	0.37333	0.41930	0.46524	0.51104	0.55674	0.60210	0.64794
$\frac{S\}_0^\sigma}{n} =$	0.36667	0.41116	0.45545	0.49958	0.54351	0.58730	0.63097
$\frac{B}{n} =$	0.00666	0.00814	0.00979	0.01146	0.01323	0.01480	0.01697
$100 \frac{\eta_B}{n} =$	0.09586	0.1044	0.1134	0.1210	0.1284	0.1329	0.1419

Unter der Annahme, dass die Anzahl der Kolbenhübe pro 100 Meter Fördertiefe gleich 22 sei, erhält man η_B (Tabelle VI).

für

Tabelle VI.

$p_0 =$	2	3	4	5	6	7	8
$H = 500$	0·018	0·024	0·043	0·060	0·072	0·084	0·095
$H = 600$	0·022	0·029	0·052	0·072	0·086	0·101	0·114
$H = 700$	0·026	0·034	0·060	0·084	0·101	0·118	0·133
$H = 800$	0·030	0·038	0·069	0·095	0·115	0·135	0·152
$H = 900$	0·033	0·043	0·077	0·107	0·130	0·152	0·171
$H = 1000$	0·037	0·048	0·086	0·119	0·144	0·169	0·190

$p_0 =$	9	10	11	12	13	14	15
$H = 500$	0·105	0·115	0·125	0·133	0·146	0·141	0·156
$H = 600$	0·126	0·138	0·150	0·160	0·175	0·170	0·187
$H = 700$	0·148	0·161	0·175	0·186	0·205	0·198	0·219
$H = 800$	0·169	0·184	0·200	0·213	0·234	0·226	0·250
$H = 900$	0·190	0·207	0·225	0·240	0·263	0·254	0·281
$H = 1000$	0·211	0·230	0·250	0·266	0·292	0·283	0·312

Tabelle VII.

$p_0 =$	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{A \int_0^n \frac{n}{2}}{n} =$	0·2475	0·4878	0·7213	0·9432	1·1729	1·3953	1·6076
$\frac{S \int_0^n \frac{n}{2}}{n} =$	0·2491	0·4953	0·7390	0·9805	1·2200	1·4580	1·6947
$\eta =$	0·9923	0·9837	0·9745	0·9600	0·9590	0·9542	0·9455
$\vartheta =$	0·9967	0·9880	0·9788	0·9642	0·9632	0·9584	0·9497

$p_0 =$	9	10	11	12	13	14	15
$\frac{A\left\{\frac{n}{2}\right\}_0}{n} =$	1.8204	2.0303	2.2380	2.4435	2.6467	2.8483	3.0478
$\frac{S\left\{\frac{n}{2}\right\}_0}{n} =$	1.9299	2.1640	2.3972	2.6294	2.8607	3.0912	3.3210
$\eta =$	0.9397	0.9340	0.9294	0.9249	0.9206	0.9166	0.9126
$\mathcal{S} =$	0.9439	0.9386	0.9335	0.9290	0.9246	0.9206	0.9166

Tabelle VIII.

$p_0 =$	2	3	4	5	6	7	8
$p_u =$	0.443	0.865	1.268	1.655	2.029	2.392	2.744
$G_u =$	0.448	0.892	1.330	1.765	2.196	2.624	3.050
$\eta_u =$	0.989	0.960	0.953	0.938	0.924	0.912	0.900
$p_0 =$	9	10	11	12	13	14	15
$p_u =$	3.089	3.416	3.755	4.079	4.397	4.709	5.018
$G_u =$	3.474	3.895	4.315	4.733	5.149	5.564	5.978
$\eta_u =$	0.889	0.877	0.870	0.862	0.854	0.846	0.839

Aus Tabelle VI ist zu ersehen, dass das Güteverhältniss der Beschleunigungsarbeit im Allgemeinen nicht besonders gross ist; erst bei höheren Anfangsspannungen der Luft wird dasselbe nennenswerth.

Durch diese Anwendung jedoch wird der Hauptvorthail erzielt, dass das Güteverhältniss der Seilausgleichung, besonders bei hohen Luftspannungen, welche in Beziehung auf Dimensionsverhältnisse vorthailhaft sind, eine hohe Ziffer erreicht, was aus Tabelle VII hervorgeht, dasselbe findet sich auch in der letzten Tabelle VIII durch η_u ausgedrückt.

Der Luft - Seilausgleichungs - Apparat auch theilweise zur Beschleunigungsarbeit verwendet, wird deshalb stets von Vorthail sein.

Verhalten des Ausgleichmittels beim Fördern aus verschiedenen Tiefen.

Die ganze Anlage sammt den Dimensionen der Pumpe und der Reservoirs wird auf die grösste voraussetzlich zu erreichende Fördertiefe berechnet sein.

Für diese grösste Tiefe H wird das Seilgewicht

$$G_0 = Q (e^{\zeta H} - 1),$$

die dem H entsprechenden Kolbenläufe gleich n , und das Volumen eines Luftbehälters daher

$$V = \frac{s}{\frac{1}{n} p_0 - 1},$$

wobei s das Pumpenvolumen bedeutet.

$$s = 2 r f = 2 r \frac{R}{r} \frac{\pi}{2} G_0 \frac{1}{p_0 - 1} = \pi R \frac{G_0}{p_0 - 1}$$

Ändert sich beim Fördern die Tiefe H , so wird sich auch G_0 und n ändern, und zwar werden diese Grössen übergehen in:

$$H' = \alpha H; \quad n' = \alpha n \quad \text{und} \quad G_0' = Q (e^{\alpha \zeta H} - 1)$$

aus Gleichung

$$G_0 = Q (e^{\zeta H} - 1)$$

wird

$$\frac{G_0}{Q} + 1 = e^{\zeta H}$$

analog

$$\frac{G_0'}{Q} + 1 = e^{\alpha \zeta H}$$

$$\log \left(\frac{G_0}{Q} + 1 \right) = \zeta H \log e \quad \text{und} \quad \log \left(\frac{G_0'}{Q} + 1 \right) = \alpha \zeta H \log e$$

Dividirt man diese Gleichungen durcheinander, so ist:

$$\alpha = \frac{\log \left(\frac{G_0'}{Q} + 1 \right)}{\log \left(\frac{G_0}{Q} + 1 \right)}$$

oder
$$\frac{G_0'}{Q} + 1 = \left(\frac{G_0}{Q} + 1 \right)^\alpha$$

und

$$G_0' = Q \left\{ \left(\frac{G_0}{Q} + 1 \right)^\alpha - 1 \right\} \quad ^1)$$

setzt man diesen Werth G_0' statt G_0 in die Gleichung für das Cylindervolumen, so findet man daraus die Spannung p_0' , welche im Reservoir herrschen muss zu Beginn der Förderung aus einer Tiefe H'

$$p_0' = \frac{\pi R}{s} G_0' + 1$$

(R und s sind in Centimeter einzusetzen)

Dieser Werth anstatt p_0' und $n' = \alpha n$ statt n in die Gleichung zur Berechnung des Luftbehälters eingesetzt, gibt:

$$V' = \frac{s}{\frac{1}{(p_0')^{\frac{1}{n'}}} - 1}$$

Man sieht also, um die Ausgleichung der Seilgewichte für eine andere Fördertiefe zu erreichen, ist man genöthigt, sowohl die Anfangsspannung der Luft, als auch das Reservoirvolumen zu ändern.

Die Anfangsspannung der Luft nimmt mit dem Seilgewichte ab, so auch die Anzahl der Kolbenhübe.

Durch Vergrößerung des Nenners in der letzten Gleichung wird aber V' kleiner. Dass wirklich bei abnehmendem Seilgewicht auch das Volumen kleiner wird, trotzdem, dass sich die Anfangsspannung verringert, soll durch nachfolgendes Beispiel erläutert werden.

Es sei:

$$q = 1000 \text{ klg}, Q = (F + q) = 2500, H = 900 \text{ m}, \mathfrak{S}' = 1881 \\ G_0 = 1650, \delta = 0.15 \text{ ct}, D = 220 \text{ ct}, R = 110 \text{ ct}, \frac{R}{r} = 2.5, \\ n = 290, f = 1079.37 \text{ qct}, p_0 = 7 \text{ atm}, s = 0.09498 \text{ cm und} \\ V = 14.11 \text{ cm.}$$

Wollte man jetzt aus der halben Tiefe fördern, so wird:
 $\alpha = \frac{1}{2}, H' = 450 \text{ m}, n' = 145, G_0' = 721 \text{ klg}$ (ein continuirlich sich verjüngendes Seil vorausgesetzt), $p_0' = 3.623$ und $V' = 10.67 \text{ cm}$.

¹⁾ Für ein cylindrisches Seil ist: $G_0' = \alpha G_0$.

Die Seilausgleichung wird eine günstigere, und zwar ist das Güteverhältniss nach Tabelle IV $\eta = \text{ca. } 0.97$, während für die ganze Fördertiefe $\eta = 0.93$ war.

Das vorhandene Volumen V muss verkleinert werden, was man ganz einfach dadurch erreicht, indem man das Reservoir theilweise mit Wasser füllt.

Temperatur-Verhältnisse der Luft in den Reservoirien.

Bei Entwicklung der Formeln zur Berechnung der Volums-Verhältnisse der Luftbehälter wurde das Mariotte'sche Gesetz zu Grunde gelegt, welches lautet: Die jeweiligen Volumina eines Luftquantums verhalten sich verkehrt wie die Spannungen, mit der Voraussetzung, dass die Temperatur des Luftquantums constant bleibe.

In den Behältern herrscht stets wechselnder Druck, es müsste sich somit auch die Temperatur der Luft ändern.

Würde die durch diese Temperatur-Erhöhung (Erniedrigung) entstehende Wärmemenge nicht ab-(zu-)geführt, so wäre die Anwendung des Mariotte'schen Gesetzes zur Dimensions-Berechnung der Reservoirie unrichtig, und es müsste an dessen Stelle das Poisson'sche Gesetz treten.

Wäre p_1 die Anfangsspannung der Luft bei einer Temperatur von $t_1^\circ \text{ C.}$ und p_2 die Endspannung, so würde Letzterer eine Temperatur t_2° entsprechen; z. B. $p_1 = 1$, $p_2 = 4$ und $t_1 = 10^\circ$, so ist nach dem Poisson'schen Gesetze

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{z-1}{z}} = \frac{273 + t_2}{273 + t_1}$$

wobei $z = 1.41$ ist; und es wird

$$t_2 = 149^\circ \text{ C.}$$

Im umgekehrten Falle, wenn bei der Temperatur $t_1 = 10^\circ$, $p_1 = 4 \text{ atm}$ ist, wird bei $p_2 = 1 \text{ atm}$ die Temperatur

$$t_2 = -125^\circ \text{ C.}$$

Temperaturen wie 149° C. sind jedoch zu vermeiden. Noch schädlicher aber sind die Wärmegrade unter Null, welche besonders den Gang der Maschine beeinträchtigen, da das Schmiermaterial einfrieren würde.

Auch wäre es unrichtig, meinen Formeln das Mariotte'sche Gesetz zu Grunde zu legen, denn dieses erfordert als Bedingung constante Temperatur.

Es ist somit zu untersuchen, ob bei dieser Vorrichtung wirklich eine so grosse Temperatur-Differenz eintreten wird.

Die Spannungen der Luft werden nicht plötzlich geändert, so wird z. B. die Spannung der Luft von einer auf vier Atmosphären während der Dauer einer ganzen Förderung gebracht, und während dieser Zeit wächst auch nach und nach die Temperatur. Die Wände der Luftreservoirs sind aber nicht wärmedicht, und es wird in einer bestimmten Zeit durch die Oberfläche des Behälters an die äussere Luft eine gewisse Wärmemenge übergeführt.

Da die in Anwendung kommenden Luftreservoirs aus Eisenblech bestehen sollen, und Eisen ein guter Wärmeleiter ist, so kann die Temperatur-Erhöhung, welche durch das Comprimiren der Luft entsteht, nicht so gross werden.

Wir wollen somit untersuchen, welche Oberfläche ein solcher Luftbehälter wenigstens haben muss, damit gar keine Temperatur-Erhöhung oder Erniedrigung während der Arbeitsleistung stattfinden kann.

Bezeichnet o die Oberfläche in Quadratmeter einer Eisenplatte, Δ die Dicke derselben, t_1 die Temperatur auf der einen Seite und t die Temperatur auf der anderen Seite dieser Platte, so ist die Wärmemenge, welche per Stunde durch die Platte abgeführt wird,

$$w = 28 \frac{o}{\Delta} (t - t_1)$$

wobei der Wärmeleitungs-Coëfficient des Eisens pro Stunde nach Péclet (Ferrini, Technologie der Wärme) gleich 28 ist.

Die Wärmemenge, welche bei der Zustands-Änderung eines Gases bei constanter absoluter Temperatur T einem Kilogramm desselben abgeführt werden muss, ist:

$$w = a R T \lg_n \frac{v_2}{v_1},$$

in welcher Formel $a = \frac{1}{424}$ das Wärme-Äquivalent der Arbeitseinheit und $R = 29.3$ die Constante des Gay-Lussac-Mariotte'schen Gesetzes bedeutet.

Bei unserer Ausgleich-Vorrichtung wird das Luftvolumen V nach einem einfachen Kolbenhube sich um das Volumen s vergrössert haben, und obige Zustandsgleichung darauf angewendet, gibt:

$$w = a R T \lg_n \left(1 + \frac{s}{V} \right)$$

Diese Wärmemenge muss während eines Kolbenhubes durch die Wandung der Reservoirs einem Kilogramm Luft zugeführt werden.

Der Wärmeleitungs-Coëfficient pro Stunde ist 28, daher pro Secunde $\frac{28}{3600}$, und ist $2r$ der Weg in Meter, welchen der Kolben während eines Hubes zurücklegt, und c in Meter die Kolbengeschwindigkeit pro Secunde, so ist der Wärmeleitungs-Coëfficient ϕ bezogen auf einen einfachen Kolbenhub:

$$\phi = \frac{2r}{c} \frac{28}{3600} = \frac{56}{3600} \frac{r}{c}$$

Die Temperatur der äusseren Luft betrage t^0 , die Temperatur im Inneren der Behälter nach einem Kolbenhube t_1^0 Celsius. Die Temperatur - Differenz $(t - t_1)$ wird gleich sein der absoluten Temperatur-Differenz $(T - T_1)$, wobei

$$T = (273 + t) \text{ und } T_1 = (273 + t_1) \text{ ist.}$$

Die Wärmemenge, welche durch eine Oberfläche o und eine Wandstärke von Δ Meter abgeführt wird, ist daher:

$$w = \phi \frac{o}{\Delta} (T - T_1),$$

Diese Wärmemenge muss nun dieselbe sein, welche durch die Volumsänderung während eines Kolbenhubes erzeugt wurde, somit

$$a R T \lg_n \left(1 + \frac{s}{V}\right) = \phi \frac{o}{\Delta} (T - T_1).$$

Aus dieser Gleichung lässt sich die Oberfläche für ein Kilogramm Luft rechnen

$$o = \frac{R a \Delta T \lg_n \left(1 + \frac{s}{V}\right)}{\phi (T - T_1)}$$

Es ist:

$$\frac{R a}{\phi} = \frac{29.3}{424} \cdot \frac{3600}{56} \frac{c}{r} = 4.442 \frac{c}{r}$$

Angenommen die Temperatur der Luft vor dem Kolbenhube war t^0 , gleich der Temperatur der äusseren Luft, so wird nach dem Poisson'schen Gesetze diese Temperatur auf t_2^0 steigen, und zwar ist:

$$\left(\frac{V}{V + s}\right)^{\gamma - 1} = \frac{T_1}{T}$$

daraus

$$T_1 = T \left(\frac{V}{V+s} \right)^{z-1} = T \left(\frac{V}{V+s} \right)^{0.41}$$

Diesen Werth in die obige Formel eingesetzt, gibt:

$$o = 4.442 \frac{c}{r} \Delta \frac{\lg_n \left(1 + \frac{s}{V} \right)}{1 - \left(\frac{V}{V+s} \right)^{0.41}}$$

Das Gewicht der Luft vom Volumen V in Cubikmeter und von p Atmosphären Spannung und der absoluten Temperatur T , beträgt in Kilogramm

$$K = 353.05 \frac{p V}{T}$$

Eine Oberfläche von o Quadratmeter ist nothwendig zur Wärmeentziehung eines Kilogrammes Luft, folglich muss die Oberfläche für K Kilogramm Luft gleich sein:

$$O = o K \text{ in qm.}$$

O wird um so grösser, je grösser K wird, und dieses wächst mit der Spannung; um also die nothwendige Oberfläche der Reservoirs zum Temperatur-Ausgleich zu berechnen, ist es nöthig, die grösste vorkommende Luftspannung in die Formel einzusetzen, folglich muss p gleich p_0 gesetzt werden

$$O = 1568.38 \frac{c}{r} \Delta \frac{p_0 V}{T} \frac{\lg_n \left(1 + \frac{s}{V} \right)}{1 - \left(\frac{V}{V+s} \right)^{0.41}} \text{ qm,}$$

worin $T = (t + 273)$, also für gewöhnliche Verhältnisse $T = (10 + 273) = 283^\circ$, p_0 in Atmosphären, alle übrigen Dimensionen sind in Meter und Cubikmeter zu nehmen.

Für gemeine Logarithmen lautet die Gleichung

$$O = 3611.32 \frac{c}{r} \Delta \frac{p_0 V}{T} \frac{\log \left(1 + \frac{s}{V} \right)}{1 - \left(\frac{V}{V+s} \right)^{0.41}}$$

und will man $T = 283$ gleich mit in den ersten Zahlen-Coëfficienten bringen, so wird

$$O = 12.76 \frac{c}{r} \Delta p_0 V \frac{\log \left(1 + \frac{s}{V}\right)}{1 - \left(\frac{V}{V+s}\right)^{0.41}} \text{ qm } ^1).$$

Bei voriger Aufgabe war:

$$c = 2 \text{ m}, r = 0.44 \text{ m}, n = 290, p_0 = 7 \text{ atm}, \\ s = 0.09498 \text{ cm und } V = 14.11 \text{ cm}.$$

Des grossen Volumens halber kann man statt einen zwei Behälter herstellen (im Ganzen also deren vier).

Diese Behälter seien Walzenkessel, bei welchen sich der Durchmesser D_1 zur Länge L_1 verhält, wie 1 : 6; bei einem solchen Reservoir wird dann, da der Inhalt = 7.055 cm betragen soll, $D_1 = 1.14 \text{ m}$ und $L_1 = 6.8 \text{ m}$, die Wandstärke $\Delta = 0.009 \text{ m}$ und die Oberfläche eines solchen Reservoirs 26 qm, folglich die Gesamtoberfläche beider Behälter 52 qm.

Die nothwendige Oberfläche aus obiger Formel ist aber

$$O = 49.6 \text{ qm},$$

welcher Werth somit genügt, um vollständige Wärme-Zu- oder -Abfuhr zu gestatten.

Aehnliche Verhältnisse dürften sich bei allen anderen zu gebrauchenden Annahmen ergeben, weshalb eine eigene Kühlvorrichtung entfallen kann.

Würde sich die Sache jedoch ungünstiger gestalten, was höchstens bei sehr hohen Luftspannungen vorkommen kann, welche eben zur Folge haben, dass die Reservoirs kleiner werden, so ist es dann ein Leichtes, die letzteren nach Art der Oberflächen-Condensatoren auszuführen. Auch könnte man die Temperaturen auf folgende Weise ausgleichen, indem man abwechselnd beide Reservoirs so ineinandersteckt (ähnlich wie bei Cornwallkessel) dass bei dem einen der innere Theil, beim anderen der äussere ringförmige Raum mit der zu comprimirenden, der übrige Raum mit der zu expandirenden Luft ausgefüllt würde.

¹⁾ Und da $V = \frac{s}{\frac{1}{p_0^n} - 1}$, daher $\left(1 + \frac{s}{V}\right) = p_0^{\frac{1}{n}}$ und $\log \left(1 + \frac{s}{V}\right) = \frac{1}{n} \log p_0$, welch' letzteren Logarithmus man schon früher bei der Volumsberechnung ausgemittelt hat, so kann derselbe gleich hier in Verwendung kommen.

Zusammenstellung der Formeln zum Gebrauche bei Berechnungen.

$A \int_0^{\frac{n}{2}} =$ Arbeit, welche von der Luft während $\frac{n}{2}$ Kolbenhübe geleistet wird.

$A \int_0^{\sigma} =$ Arbeit der Luft während der ersten σ Kolbenhübe.

$B =$ Arbeit, welche geleistet wird, um einen Theil der Massen durch die Luft zu beschleunigen.

$D = 2 R$ Seiltrommel-Durchmesser (zumeist) in Centimeter.

$E =$ der Elasticitätsmodul des Drahtes.

$F =$ das Gewicht der Fördergefäße, welches ein Seil zu tragen hat, in Kilogramm.

$G_0 =$ Gewicht eines Seiles von der Länge H (Meter) in Kilogr.

$G_r =$ dasselbe Gewicht, reducirt auf den Quadratcentimeter Kolbenfläche der Pumpe.

$G_\mu =$ das auf den Quadratcentimeter Kolbenfläche reducirte resultirende Seilgewicht nach μ Kolbenhüben.

$H =$ die Fördertiefe in Meter.

$L =$ die lebendige Kraft, welche der Arbeit der Massenbeschleunigung gleichkommt.

$L_r =$ die lebendige Kraft der beschleunigten Massen, reducirt auf den Quadratcentimeter der Kolbenfläche.

$M =$ die zu beschleunigenden Massen.

$M_r =$ dieselben, reducirt auf den Quadratcentimeter Kolbenfläche.

$O =$ die zum Temperatur-Ausgleich nothwendige Oberfläche der Reservoirs in Quadratmeter.

$Q = (F + q)$ die Gesamt-Förderlast in Kilogramm.

$R = \frac{D}{2} =$ Treibkorb-Halbmesser (zumeist) in Centimeter.

$S \int_0^{\frac{n}{2}} =$ Arbeit, welche während $\frac{n}{2}$ Kolbenhübe, vom Beginn der Förderung an, durch die Seile geleistet wird.

- $S \left\{ \begin{matrix} \sigma \\ 0 \end{matrix} \right\}$ = die Seilarbeit nach den ersten σ Hügen.
- T = absolute Temperatur ($= 273 + t$) in Celsiusgraden.
- V = das Volumen eines Luftbehälters in Cubikmeter.
- $\mathfrak{S}$ = die gesammte zulässige Beanspruchung der Seile in Kilogramm pro Quadratcentimeter.
- $\mathfrak{S}'$ = die Beanspruchung der Seile durch Zug in Kilogramm pro Quadratcentimeter.
- a = Coëfficient, welcher für Seile:
von zweifacher Drehung $a = 0.718$,
von dreifacher Drehung $a = 0.687$ ist.
- c = mittlere Kolbengeschwindigkeit in Meter.
- c' = Maximal-Kolbengeschwindigkeit in Meter.
- d = Seildurchmesser in Centimeter.
- d' = derselbe eines ideellen Seiles.
- e = die Basis der natürlichen Logarithmen $e = 2.71828$.
- f = die nutzbare Pumpenkolbenfläche in Quadratcentimeter.
- g = die Beschleunigung der Schwere $g = 9.81$ m.
- k = das Gewicht eines Meters des cylindrischen oder ideellen Seiles.
- l = jener Förderweg, nach welchem die Maschine ihre Maximalgeschwindigkeit erreicht, in Meter.
- n = Anzahl der Kolbenhübe während einer Förderung.
- n_1 = Anzahl der Drähte im Seile.
- p_0 = grösste (Anfangs-) Spannung der Luft in Atmosphären.
- $p_{\frac{n}{4}}$ beziehungsweise $p_{\frac{n}{5}}$ = Spannung der Luft nach $\frac{n}{4}$ oder $\frac{n}{5}$ Kolbenhübe.
- p_μ = Spannung der Luft nach μ Kolbenhübe.
- q = die Nutzlast in Kilogramm.
- r = der Kurbelradius (zumeist) in Centimeter.
- s = Pumpencylindervolum (zumeist) in Cubikmeter.
- t = Temperatur der äusseren Luft in Celsiusgraden.
- $u = \frac{n}{2}$ = Anzahl der Umdrehungen der Trommelwelle während einer Förderung.
- v = die mittlere Fördergeschwindigkeit in Meter.
- v' = die Maximal-Fördergeschwindigkeit in Meter.
- Δ = Wandstärke der Reservoirs in Meter.

γ = Verhältniss der Arbeit eines ideellen Seiles (cylindrischen Seiles von demselben Gewichte) zur Arbeit des wirklichen (continuirlich sich verjüngenden) Seiles.

$\gamma_{\frac{H}{5}}$ = Verhältniss der Seilkräfte (ideell und wirklich) nach $\frac{n}{5}$ Kolbenhübe $\left(\frac{H}{5} \text{ Förderhöhe}\right)$.

$\gamma_{\frac{H}{4}}$ = dasselbe nach $\frac{n}{4}$ Kolbenhübe.

δ = Durchmesser eines Drahtes im Seile in Centimeter.

ζ = Coëfficient, welcher für ein Seil:

von zweifacher Drehung $\zeta = \frac{1}{0.957 \mathfrak{S}'}$ und

von dreifacher Drehung $\zeta = \frac{1}{0.916 \mathfrak{S}'}$ ist, wobei der Neigungswinkel der Draht- zur Litzenaxe und dieser zur Seilaxe etc. zu 17° angenommen ist.

$\mathfrak{S}$ = der effective theoretische Arbeitsgütegrad des Luft-Seil-ausgleichungs-Apparates (in Bezug auf das wirkliche Seil).

$\left. \begin{matrix} \mathfrak{S}_{\frac{n}{4}} \\ \mathfrak{S}_{\frac{n}{5}} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \text{der effective theoretische Kraftgütegrad nach } \frac{n}{4} \text{ oder } \frac{n}{5}. \\ \text{Kolbenhübe (in Bezug auf das wirkliche Seil).} \end{matrix} \right.$

η = Gütegrad der Luftarbeit in Bezug auf die Arbeit des ideellen (oder cylindrischen) Seiles.

$\left. \begin{matrix} \eta_{\frac{n}{4}} \\ \eta_{\frac{n}{5}} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \text{Gütegrad der Luftspannung zur resultirenden reducirten} \\ \text{Seilkraft nach } \frac{n}{4} \left(\frac{n}{5}\right) \text{ Kolbenhübe.} \end{matrix} \right.$

η_{μ} = derselbe nach μ Kolbenhübe.

η_B = Güteverhältniss der Beschleunigungs-Arbeit der Luft zur lebendigen Kraft der beschleunigten Massen.

μ = Anzahl der Kolbenhübe, nach welchen die Differenz der Luft- und Seilspannungen am grössten ist.

σ = Anzahl der Kolbenhübe, entsprechend dem Förderwege von l Meter.

Es ist
für Eisendraht:

$\mathfrak{S}' = 900 \text{ bis } 1100; \mathfrak{S} = 2500 \text{ bis } 2800; E = 2,000.000;$

für Stahldraht:

$$\mathfrak{S}' = 1500 \text{ bis } 2000; \mathfrak{S} = 3000 \text{ bis } 4000; E = 2,750.000;$$

$$\delta \text{ zwischen } 0.15 \text{ und } 0.3 \text{ ct};$$

$$d = 1.5 \sqrt{n_1} \delta \text{ für Rundseile; } d_1 = (1.5 \sqrt{n_2} + 1) \delta \text{ für Bandseile in ct (} n_2 \text{ die Anzahl der Drähte des Rundseiles im Bandseile);}$$

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{E}{\mathfrak{S} - \mathfrak{S}'} \delta \text{ und auch} \\ D &= 2 R \geq 72 d \text{ bis } 140 d \end{aligned} \right\} \text{ in ct, der grössere Werth womöglich zu benützen;}$$

für cylindrische Seile:

$$n_1 \delta^2 = \frac{4}{3} \frac{Q}{\mathfrak{S}' + H}, H \text{ in m; } \delta \text{ in ct}$$

$$G_0 = k H$$

$$k = 0.75 n_1 \delta^2$$

für continuirlich sich verjüngende Seile:

$$n_1 \delta^2 = \frac{Q}{a \mathfrak{S}'} e^{\zeta H} = \frac{\zeta Q}{0.75} e^{\zeta H}, \delta \text{ in ct; } H \text{ in m}$$

$$G_0 = Q \{ e^{\zeta H} - 1 \}$$

$$\frac{R}{r} = \frac{2 v}{\pi c} \sim 0.8 \frac{v}{c}$$

$$f = \frac{G_0}{G_r} \frac{R}{r} \frac{\pi}{2} \text{ in qct}$$

$$s = 2 r f \text{ theils in cct und cm}$$

$$V = \frac{s}{\frac{1}{p_0^n} - 1}, \text{ wenn } s \text{ in cm, auch } V \text{ in cm}$$

$$n = \frac{H}{R \pi}, H \text{ und } R \text{ in m}$$

$$G_r = \frac{p_0^{(1 - \frac{\sigma}{n})} - p_0^{\frac{\sigma}{n}}}{1 - 2 \frac{\sigma}{n}}$$

$$M = \frac{2 (G_0 + F) + q}{g}$$

$$M_r = \frac{M}{G_0} G_r$$

$$L_r = \frac{M_r c_1^2}{2}$$

$$c_1 = \left(1 + 2 \frac{l}{H}\right) c = \left(1 + 2 \frac{\sigma}{n}\right) c$$

$$A \Big\}_0^\sigma = n \frac{(p_0 + 1) - \left(p_0^{(1 - \frac{\sigma}{n})} + p_0^{\frac{\sigma}{n}}\right)}{\lg_n p_0}$$

$$S \Big\}_0^\sigma = G_r \sigma \left(1 - \frac{\sigma}{n}\right)$$

$$B = A \Big\}_0^\sigma - S \Big\}_0^\sigma$$

$$\eta_B = \frac{B}{L_r}$$

$$A \Big\}_0^{\frac{n}{2}} = n \frac{(p_0 + 1) - 2 \sqrt{p_0}}{\lg_n p_0}$$

$$S \Big\}_0^{\frac{n}{2}} = n \frac{G_r}{4}$$

$$\eta = \frac{A \Big\}_0^{\frac{n}{2}} - B}{S \Big\}_0^{\frac{n}{2}}}$$

$$\gamma = 4 \frac{(e^{\zeta H} + 1) - 2 \sqrt{e^{\zeta H}}}{\zeta H (e^{\zeta H} - 1)}$$

$$\mathfrak{S} = \frac{\eta}{\gamma}$$

$$\mu = \frac{1}{2} \left(\frac{n}{2} + \sigma\right) = \frac{n}{4} \left(1 + 2 \frac{\sigma}{n}\right)$$

$$p_\mu = p_0^{(1 - \frac{\mu}{n})} - p_0^{\frac{\mu}{n}}$$

$$G_\mu = \left(1 - 2 \frac{\mu}{n}\right) G_r$$

$$\eta_\mu = \frac{p_\mu}{G_\mu}$$

$$O = 3611.32 \frac{c}{r} \Delta \frac{p_0 V}{T} \frac{\log \left(1 + \frac{s}{V}\right)}{1 - \left(\frac{V}{V+s}\right)^{0.41}}$$

für $t = 10^\circ C$ oder $T = 283^\circ C$

$$O = 12.76 \frac{c}{r} \Delta p_0 V \frac{1}{n} \frac{\log p_0}{1 - \frac{V}{V+s}^{0.41}}$$

Würde man durch die Luft keine Beschleunigungsarbeit ausüben wollen, so ist in obigen Formeln $\sigma = 0$, und $\mu = \frac{n}{4}$ zu setzen.

Um den Gebrauch der Formeln näher kennen zu lernen, und so auch einige Dimensionirungen zu ersehen, sei folgendes Beispiel ohne Rücksicht auf vorhergehende allgemein gehaltene Tabellen berechnet.

Es sei folgende Aufgabe zu lösen:

Aus einer Fördertiefe von $H = 500$ m soll per Förderung 1000 klg Material gehoben werden. Das Gewicht der Fördergefäße für ein Seil betrage $F = 1500$ klg. Nach einer Förderung von $l = 40$ m sollen die Massen ihre Maximal-Geschwindigkeit erreicht haben, und die Luft soll einen Theil der Massenbeschleunigung übernehmen. Das Drahtseil bestehe aus Eisendrähten, welche für eine zulässige Biegungsspannung $\mathfrak{S} = 2700$ und eine Zugspannung $\mathfrak{S}' = 1000$ klg pro Quadratcentimeter, zu berechnen sind; der Elasticitätsmodul sei $E = 2,000.000$.

Es ist die Frage, welche Hauptdimensionen die Luftpumpe und die Luftbehälter bekommen, und wie gross der Gütegrad der Seilausgleichung, bei einer Maximalspannung der Luft von 5 Atmosphären absolut ausfällt?

Für ein continuirlich sich verjüngendes Rundseil von dreifacher Drehung und einer Anzahl von Drähten $n_1 = 216$ wird:
für den obersten Querschnitt

$$\zeta = \frac{1}{0.916 \mathfrak{S}'} = 0.0010917; \quad \zeta H = 0.5458$$

$$e^{\zeta H} = 1.726, \quad \delta = 0.17 \text{ ct und } d = 22 \delta = 3.74 \text{ ct.}$$

$$D = \frac{E}{\mathfrak{S} - \mathfrak{S}'} \delta = 200 \text{ ct; es soll aber } D > 72 d \text{ sein,}$$

also $D = 270$ ct angenommen.

$$G_0 = Q (e^{\zeta H} - 1) = 1820, \quad \frac{R}{r} = 3; \quad r = 0.45 \text{ m}$$

$$n = 2u = 118, \quad l = 40 \text{ m}, \quad \sigma = 9.44, \quad \frac{l}{H} = \frac{\sigma}{n} = 0.08$$

$$G_r = \frac{p_0^{0.92} - p_0^{0.08}}{0.84} = 3.879, \quad f = \frac{5460}{G_r} = 2209 \text{ qct}$$

$$c = 1.8 \text{ m}, \quad v = 8.5 \text{ m}, \quad c_1 = 2.088, \quad M = 780$$

$$M_r = 2.48, \quad L_r = 3.634$$

$$A \Big\}_0^\sigma = 34.24, \quad S \Big\}_0^\sigma = 33.68, \quad B = 0.56, \quad \eta_B = 0.154$$

$$A \Big\}_0^{\frac{n}{2}} = 112.03, \quad S \Big\}_0^{\frac{n}{2}} = 114.43, \quad \eta = 0.974, \quad \gamma = 0.9952$$

Der Gütegrad der Seilarbeit ist demnach

$$\mathfrak{s} = 0.9788 \sim 0.98$$

$$\mu = 34.22, \quad p_\mu = 1.54, \quad G_\mu = 1.629, \quad \eta_\mu = 0.945$$

$$s = 0.1988 \text{ cm}, \quad V = 14.5 \text{ cm.}$$

Angenommen die Wandstärke sei $\Delta = 0.008 \text{ m}$, so wird die zum Temperaturs-Ausgleich nothwendige Oberfläche

$$O = 52.2 \text{ qm}$$

Praktische Ausführung des Luft-Seilausgleich-Apparates.

Gewöhnlich findet man die horizontalen Dampfmaschinen bei Förderanlagen so eingerichtet, dass die Kolbenstangen nach rückwärts verlängert und durch einen eigenen Gleitklotz geführt werden. Bei den ziemlich langen Dampfzylindern, die sich bei Maschinen herausstellen, welche ohne Transmission arbeiten, würde der Kolben die Kolbenstange zu stark einseitig belasten, wenn diese nicht doppelte Führung erhielte.

Ich denke mir nun, anstatt des rückwärtig gelegenen Führungsgeleises (siehe Fig. 24 und 25) den Luftzylinder (*L*) angebracht, und den Kolben dieses auf die verlängerte Kolbenstange des Dampfzylinders (*D*) befestigt.

Durch diese Anordnung bekommt die gesamte Maschinenanlage eine unbedeutend grössere Längendimension.

Zumeist sind auch die Fördermaschinen Zwillingsmaschinen, welche die beiden Kurbeln unter 90° versetzt haben; ich möchte auch hier nun statt einer Luftpumpe, deren zwei anwenden, von welcher eine jede nur den halben Cubikinhalte des berechneten Volumens *s* besitzt.

Auch wird die Seilausgleichung durch die versetzten Kurbeln sich günstiger gestalten, und die Luft in den Reservoirs wird nicht ruckweise verdünnt resp. verdichtet werden.

Da die Luftbehälter keine eigene Beaufsichtigung benötigen, wird man sie am einfachsten gleich hinter dem Maschinenhause oder im Souterrain etc. aufstellen. Sie werden am besten als cylindrische Eisenblechkessel ausgeführt und so angeordnet, dass die später angeführten Garnituren leicht zugänglich werden.

Details der Pumpe.

Die Luftpumpe besteht im Principe aus zwei nebeneinander liegenden Cylindern (s. Fig. 27—30), welche von einem gemeinsamen Mantel umgeben sind. Der grössere der beiden Cylinder dient als Pumpe, der kleinere zur Aufnahme der Steuerungsorgane. Da diese Cylinder verhältnissmässig lang sind, werden sie untereinander und mit dem Mantel durch Längsrippen (*c*, *d*) abgesteift. Aehnlich wie bei Dampfzylindern ist diese Pumpe durch 6 Pratzen mittelst Schrauben an die Fundamentplatte befestigt. — Der eine Cylinderdeckel, welcher gegen die Dampfmaschine gekehrt ist, ist mit Stopfbüchsen für die Kolbenstange und Luftschieberstange versehen.

Was den Pumpenkolben betrifft, so wird er aus Gusseisen und verhältnissmässig lang und massiv, hergestellt. Zur Dichtung desselben dienen drei (auch mehrere) Gusseisenringe. Der Kolben muss deshalb eine grosse Längen-Dimension erhalten, da er nebstdem, dass er mehrere Ringe aufnehmen muss, um die Luft nicht durchzulassen, auch noch als rückwärtige Führung der Dampfzylinder-Kolbenstange dient. Auch kann man, wenn der Raum nicht beschränkt ist, die Luftpumpen-Kolbenstange rückwärts verlängern, was mir indessen als nicht nothwendig erscheint.

Für so grosse Luftspannungen, wie sie hier vorkommen, sind als Luftaus- und Einlassorgane Klappen oder Ventile unzulässig; denn es ist nöthig, die Luft zu steuern, was mittelst Klappen und Ventilen complicirt wäre. Aus praktischen Gründen ist eine gezwungene Steuerung bei Dampfmaschinen meist allen anderen vorzuziehen, weshalb sie auch hier am besten am Platze sein wird. Ich nehme anstatt eines Muschelschiebers den Kolbenschieber, da ersterer durch den wechselnden Luftdruck leicht gehoben werden könnte und deshalb in diesem Falle nicht genug dichten würde.

Eine solche Luftpumpe erhält einen kleinen Durchmesser, einen noch kleineren deshalb der Steuercylinder; kleine Maschinentheile aber

sind leichter dicht zu halten als grosse, weshalb auch ein Kolbenschieber, in diesem Falle, seine Dienste nicht versagen wird.

Um den eigentlichen Schieberkolben, welcher aus Messing besteht, sind in der ringförmigen Nut zwei aufeinanderliegende Stahlringe eingesetzt. Jeder dieser Ringe ist, um seine Federkraft ausüben zu können, an einer Stelle, wie Figur 26 zeigt, aufgeschnitten. Wäre nur ein Ring vorhanden, so könnte z. B. bei der Fuge *a* (Fig. 26) Luft von der einen Seite eintreten, unter dem Ringe durchgehen und bei *b* auf der entgegengesetzten Seite, auf welcher sich verdünnte Luft befindet, austreten.

Durch den zweiten Ring aber, welcher sich unter dem ersten an diesen fest anschmiegt, und dessen Zusammenstoss an einer andern Stelle, vielleicht in der diametralen Richtung, sich befindet, wird die Federkraft des ersteren unterstützt, und es kann keine Luft zwischen beiden Ringen durchdringen.

Der Schieberkolben ist mit einem Muttergewinde versehen und kann auf der Schieberstange durch zwei Schraubenmutter richtig montirt und festgeklemmt werden.

Um die Luftcanäle möglichst kurz zu erhalten, müssen die beiden Kolbenschieber weit voneinander verstellt sein, und es dürfte nicht schlecht sein, in diesem Falle die Schieberstange an beiden Enden des Schiebercylinders zu führen.

Da die Pumpe selbst das Mittel des Comprimirens bildet, und die Pressung der Luft in erster Hand im Cylinder entsteht, so ist es nöthig, um einer allfälligen Erwärmung der Wände vorzubeugen, dieselben zu kühlen. In dem Raume zwischen dem Mantel und den Cylindern kann man Wasser circuliren lassen, welches in Bergwerken oft mehr als zur Genüge vorhanden ist. Die Wasser-Zu- und Ableitung dürfte am bequemsten an dem rückwärtigen Cylinderdeckel anzubringen sein.

Die Versteifungsrippen (*c*) gehen ununterbrochen längs des Cylinders und haben nur am vorderen Ende (d. i. der der Dampf-cylinderseite zugewendeten Seite) Oeffnungen (*o*) nach abwärts; die Rippen (*d*) hingegen sind mehrfach durch ovalförmige Oeffnungen durchbrochen.

Leitet man im rückwärtigen Deckel bei (*a*) das Wasser ein, so wird es den Raum ober den Rippen (*c*) durchfliessen, dann durch die Oeffnungen (*o*) nach abwärts treten und nach rückwärts bis (*b*) gelangen, wo es den Abfluss findet. Auf der einen Seite des Kolbens

wird die Luft verdünnt, auf der andern verdichtet, daher auf der einen Seite sich die Wände abkühlen, auf der andern erwärmen; die Arbeit, welche auf das Erwärmen und Abkühlen verwendet wird, ist dieselbe, und da die Kolben und Cylinderwände aus guten Wärmeleitern bestehen, so dürfte auch hier kein grosser Temperatur-Unterschied zwischen der verdünnten und verdichteten Luft herrschen.

Nach dem Ende einer Förderung wird die Dampfmaschine umgesteuert, der Kolben beginnt die entgegengesetzte Bewegung, und mit ihm auch der Pumpenkolben. Soll nun aus dem Reservoir, in welches früher Luft gepresst wurde, die Luft bei der Rückwärtsbewegung wieder in den Cylinder zurücktreten, so darf der Luftcylinderschieber nicht umgesteuert werden. Da bei dem Rückgang der Maschine in der Pumpe die umgekehrte Luftarbeit verrichtet werden muss, wie beim Vorwärtsgang, so muss der Kolbenschieber, sobald er sich in seiner mittleren Stellung befindet, in Bezug auf die Luftcanäle vollkommen symmetrisch gebaut sein, d. h. die innere und äussere Ueberdeckung sind gleich gross zu machen. Der Schieber ist beim Hubwechsel rasch zu verstellen, damit keine lange Compressionsperiode statthaben kann. Da man also keine Umsteuervorrichtung nothwendig hat, so dürfte hier statt des Excenters günstiger das gleichseitige Bogendreieck (von der Seitenlänge 2ρ , welche gleich dem ganzen Schieberweg ist) verwendet werden, dasselbe muss so auf die Welle aufgekeilt werden, dass es gerade um 90° der Kurbel voreilt. Aus dem Diagramme (Fig. 31) ist zu entnehmen, dass durch die äussere (resp. innere) Ueberdeckung (α) das Einströmen der Luft erst, wenn die Maschinenkurbel von K_0 in die Stellung K_1 gelangt ist, beginnt, und schon bei der Kurbelstellung K_2 aufhört. Das Ausströmen der Luft beginnt bei der Kurbelstellung K_3 und endigt bei K_4 . Die Winkel $K_2 O K_0' = K_0' O K_3 = K_4 O K_0 = K_0 O K_1 = \alpha$ sind bei kleiner Ueberdeckung (α) so klein, dass man anzunehmen berechtigt ist, dass beim Hubwechsel auch die Ein- und Ausströmung der Luft wechselt. Ist die äussere Ueberdeckung grösser, so wird auch der Winkel α grösser, wesshalb dann während eines Kolbenhubes nicht mehr das Volumen der Luft $s = 2rf$ fortgeschafft würde, wenn die nutzbare Kolbenfläche den theoretischen Werth f erhielte. In einem solchen Falle muss die Nutzkolbenfläche vergrössert werden, welche sich dann als f' ergibt. Es ist (Fig. 31)

$$\text{tang } \alpha = \frac{a}{AB} ; \overline{AB^2} = 4\rho^2 - (\rho + a)^2$$

$$\text{daher tang}^2 \alpha = \frac{a^2}{4\rho^2 - (\rho + a)^2} \text{ und } \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{4\rho^2 - (\rho + a)^2}}}$$

Das Volumen Luft, welches durch einen Kolbenhub in das Reservoir befördert werden soll, muss gleich sein $s = 2rf$, da aber nur während eines Weges $2r \cos \alpha$ statt $2r$ die Fortschaffung stattfindet, so muss statt f ein Werth

$$f' = \frac{f}{\cos \alpha} = f \sqrt{1 + \frac{a^2}{4\rho^2 - (\rho + a)^2}}$$

genommen werden.

In den zu den übrigen Berechnungen aufgestellten Formeln sind aber stets die Werthe f und $2r$ beizubehalten.

Eine der eventuellen Anordnungen dieser äusseren Steuerung ist durch die Figuren 24 und 25 zu entnehmen; dabei sind B das Bogendreieck sammt Rahmen, f die Führungen der Steuerstange, h die Hebelübersetzungen und E die Excenter der Dampfsteuerung.

Dimensionirungen. Für die kleinsten Luftpumpen dürfte man für die Wandstärke 15 mm, für die Flanschen der Deckel 22 mm nehmen.

Pumpenkolbenlänge 160 mm; gusseiserne Kolbenringe 25 mm breit und 15 mm dick. Der Schieberkolben aus Messing erhält eine Dicke von 25 mm + Stahlringbreite; ein Stahlring 4 mm dick, die Breite desselben hängt von der Einströmungsöffnung ab, und ist wenn diese = e ist, mit $e + 2a$ zu nehmen, wenn a die äussere Ueberdeckung bedeutet; a dürfte für die meisten Fälle mit 2 mm genügen.

Für grosse Pumpencylinder müssen die angegebenen Dimensionen entsprechend grösser genommen werden.

Der Querschnitt der Einströmungsöffnung ($e \times b$) dürfte mit $\frac{1}{20}$ des Cylinderquerschnittes hinreichen. Man wird das Verhältniss der Weite (e) zur Breite (b) gleich $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ nehmen.

Der Durchmesser des Schiebercylinders ist um 3 bis 4 ct grösser zu machen als die Breite (b) des Canals, damit die Fläche, an welcher sich der Stahlring anpresst, doch grösser als

der halbe Cylinderumfang ist; auch dürfte es vom Vortheil sein, die Einströmungsöffnung beim Schiebercylinder in der Mitte durch einen schmalen Steg nach der Längsachse des Cylinders zu theilen, damit der Dichtungsring auch auf der Einströmungsseite eine Auflage findet.

Ist die nutzbare Kolbenfläche $= f'$ und der Querschnitt der verlängerten Maschinenkolbenstange $= q$, so ist der Cylinderquerschnitt F' zu machen:

$$F = f' + \frac{q}{2}$$

ist die Pumpenkolbenstange nach beiden Seiten verlängert, und der Querschnitt der rückwärts verlängerten Stange $= q_1$ so macht man

$$F = f' + \frac{q + q_1}{2}$$

Die Kolbenschieberstange ist, da beide Kolben weit von einander entfernt sind, auf Zerknicken, u. zw. auf die Kraft $2(p_0 - 1) F_1$ zu berechnen.

Bedeutet d deren Durchmesser in Centimeter, p_0 die Maximalspannung der Luft, F_1 den Querschnitt des Schiebercylinders und l den Abstand der Schieberkolbenmittel in Centimeter, so ist der Durchmesser der Stange nicht unter

$$d = \frac{1}{40} \sqrt[3]{l V (p_0 - 1) F_1}$$

zu nehmen.

Die Zu- und Ableitungsrohre der Luft erhalten einen etwas grösseren Querschnitt als die Lufteinströmungscanäle. Am Cylinder sind drei Rohrstutzen angegossen, von welchen die zwei entfernteren zusammen mit dem einen, der mittlere mit dem anderen Reservoir in Verbindung gebracht werden. In jeder dieser Luftleitungen ist ein Dreiweghahn einzuschalten, welcher gestattet die Verbindungen:

1. des Cylinders mit dem Reservoir,
2. des Cylinders mit der äusseren Luft bei abgesperstem Reservoir und
3. des Cylinders und Reservoirs mit der äusseren Luft.

Details der Luftbehälter.

Diese Behälter bekommen die einfachste Form und werden aus Kesselblech hergestellt. — Cylindrische Walzenkessel genügen.

Da bei jeder Förderanlage zumeist ein Zwillingspumpenpaar angebracht wird, so wird es auch hier praktisch sein, für jede Pumpe speciell zwei Reservoirs herzustellen. Würde man zwei gemeinsame Luftbehälter nehmen, so dürften in den meisten Fällen dieselben unzweckmässige Dimensionen bekommen, und da grössere Kessel auch stärker sein müssten, würden sie auch grössere Wandstärken erhalten.

Werden vier Reservoirs (also zwei Doppel-Reservoirs) angewendet, so wird man, um die Luftströmung gleichmässiger zu erhalten, jene beiden Behälter, in welche gleichzeitig Luft eingepumpt oder ausgesaugt wird, mit einander verbinden.

Die Aufstellungart derselben ist Dispositionssache und wird hauptsächlich vom vorhandenen Raume abhängen. Entweder legt oder stellt man alle vier Kessel nebeneinander, oder man legt je zwei übereinander u. s. w.

Wollen wir uns beim Dimensioniren an die Dampfkesselregeln halten, so wird gewöhnlich der Durchmesser D_1 zur Länge L_1 des Kessels mit $\frac{1}{6}$ angesetzt; und wollen wir auch die Blechstärke Δ nach denselben praktischen Regeln rechnen, so ist:

$$\Delta = 0.2 + \left[\frac{D^{ct}}{1000} (2 + p_0) \right] \text{ in Centimeter.}$$

Für Luftkessel dürfte diese Dimension zu gross sein, da dieselben keinem Feuer ausgesetzt werden und eine Explosionsgefahr nicht nahe liegt. Ich will jedoch jene Regel beibehalten, wofür sich der Grund im Späteren ergeben wird.

Luftbehälter-Garnituren.

Ein jeder Kessel, oder wenigstens jeder zweite Behälter, ist vor Allem mit einem Sicherheitsventil zu versehen, welches sich öffnet, sobald die Spannung der Luft ihr Maximum p_0 erreicht. Die freie Ventilöffnung muss so gross sein, dass, sobald die erlaubte Spannung der Luft überschritten wird, in gleicher Zeit ein ebenso grosses Luftquantum aus derselben treten kann, als die Pumpe noch nachliefert.

Wenn ein Doppelreservoir zwei Ventile besitzt, so wird man die freie Oeffnung eines Ventiles etwas grösser als den Querschnitt der Luftzuleitungsrohre machen.

Ferner soll jeder Doppelbehälter ein oder 2 Ventile erhalten, welche sich nach Innen öffnen, sobald im Reservoir die gleiche Spannung wie aussen herrscht. Die Construction eines solchen Ventiles kann eine ähnliche sein, wie die von Sicherheitsventilen.

Wasserstandsgläser werden auch nothwendig, sobald man aus verschiedenen Tiefen fördern will, denn wie in der vorhergehenden Theorie nachgewiesen wurde, muss das Reservoirvolumen bei geringerer Fördertiefe kleiner werden, trotzdem die Spannung der Luft herabgemindert werden muss, welches leicht dadurch geschehen kann, indem man Wasser in die Behälter füllt.

Längs des Wasserstandsglases wird eine Scala angebracht, an welcher man deutlich den Stand des Wasserspiegels ablesen kann. An den einzelnen Theilstrichen werden dann die verschiedenen Fördertiefen bezeichnet, für welche das vorhandene Luftvolumen ausreicht.

Eine der wichtigsten Garnituren wird bei jedem Doppelbehälter ein sicheres Manometer sein; auch am Gradbogen desselben sind die Spannungen ersichtlich zu machen, welche für die verschiedenen Förderhöhen nothwendig werden.

Ausser diesen sind noch Hähne für die Wasserleitung als Garnituren zu bezeichnen.

Wie bei Dampfkesseln wird auch bei diesen Behältern ein Mannloch von Vorthail sein, um bei Reparaturen im Innern derselben hantiren zu können.

Graduiren der Scala des Wasserstandglases.

Wie schon früher im theoretischen Theile beim Füllen der Reservoirs erwiesen wurde, findet man durch Rechnung die Anzahl der Pumpenhübe, welche nothwendig sind, aus der äusseren Atmosphäre Luft in die Behälter zu pumpen, damit in denselben die erwünschte Spannung herrsche.

Die Behälter an und für sich werden immer wegen der anschliessenden Luftleitung, dann der Verbindungsrohre untereinander ein grösseres Volumen besitzen, als das theoretisch Berechnete. Auch wird man bei der Ausführung diesen Reservoirs abgerundete Dimensionen geben, welche natürlicher Weise eher grösser als kleiner wie die Berechneten sein müssen.

Für ein bestimmtes Seil ist bei angenommener Spannung der Luft die Grösse der Pumpe bestimmt, und von dieser hängt dann das Volumen der Reservoirs genau ab.

Da diese letzteren aber grösser gemacht wurden, muss das Luftvolumen wieder durch das schon angegebene Mittel, durch Wasser, reducirt werden.

An der Scala des Wasserstandglases wird dann auch der Stand des Wassers für die ganze Fördertiefe ersichtlich gemacht, welches auf folgende Weise einfach bewerkstelligt wird.

Man überlaste das Sicherheitsventil, fülle in das Reservoir Wasser nach Augenmass — mehr als nothwendig — und beginne zu pumpen. Der Zeiger des Manometers wird vorrücken und endlich auch bis zum erlaubten Stand gelangen. Die Behälter sind genügend stark, da sie doch die Kesseldruckprobe bestanden haben, und man kann sie deshalb in diesem Falle auch noch um $\frac{1}{2}$ bis 1 Atmosphäre über die erlaubte Spannung beanspruchen.

Die zur Füllung nothwendige Anzahl Kolbenhübe werden noch nicht erreicht sein, und das Manometer zeigt schon mehr als die erwünschte Luftspannung; jetzt wird man langsam den Wasserhahn öffnen und einen Theil des Wassers abfliessen lassen; da das Luftvolumen dadurch vergrössert wurde, wird die Spannung sinken. Man lässt aber nur so viel Wasser abfliessen, bis der erwählte Atmosphärendruck erreicht wurde.

Herrscht bei diesem wiederholten Vorgange die der gerechneten Anzahl Pumpenhübe entsprechende Spannung, so wird der Wasserstand markirt, denn dieser entspricht dann dem nöthigen Luftvolumen.

Um die Scala zu vervollständigen, rechnet man für jede Fördertiefe die Anfangsspannung und Anzahl der Kolbenhübe aus, und verfährt dann auf gleiche Weise wie früher, indem man so lange von dem Wasser abfließen lässt, bis die verlangte Spannung mit der Anzahl der Kolbenhübe übereinstimmt.

Berechnung der Fördermaschine bei Anwendung des Luft-Seilausgleichungs-Apparates.

Der Widerstand, welchen die Fördermaschine während der Förderung zu überwinden hat, ist bei Anwendung einer vollständigen Seilausgleichung nur die Nutzlast ($= q$) und die auf den Umfang der Trommel zu reducirenden Nebenhindernisse, welche ich gleichsetze 5 Percent der an diesem Umfange wirkenden momentanen Lasten, das sind in einer beliebigen Stellung der Fördergefäße: die Förderlast (q), die sämtlichen Fördergefäße ($= 2 F$) und die Gesamtlast der in den Schacht hängenden Gewichte der Seilstücke, welche zusammen stets $= G_0$ klg wiegen.

Der Gesamtwiderstand während des Förderns ist somit:

$$W = q + 0.05 (q + G_0 + 2 F);$$

bezeichnet wie früher v die mittlere Fördergeschwindigkeit in Meter, so ist die von der Maschine zu leistende Arbeit gleich Wv oder die Anzahl der Pferdekkräfte

$$N = \frac{Wv}{75}$$

Würde man die Fördermaschine als Volldruckmaschine nach dieser Anzahl von Pferden berechnen, was leider in einem mir vorliegenden Werke über Fördermaschinen angeführt wird, so wäre sie gar nicht im Stande, die sämtlichen Massen bei Beginn einer Förderung in Bewegung zu setzen.

Da es aber ohnehin nicht ökonomisch ist, mit Volldruck zu arbeiten, so dürfte es genügen, die Maschine nach dieser Anzahl Pferdekkräfte, jedoch für den günstigsten Füllungsgrad zu berechnen.

Sind nach dieser Rechnung die Dimensionen der Dampfmaschine bekannt, so hat man wohlweislich nachzurechnen, ob wirklich mindestens bei Vollfüllung des Cylinders sämtliche Massen in Bewegung gesetzt werden können.

Gewöhnlich ist es bestimmt, nach welchem Förderwege constante Geschwindigkeit eintreten soll, und ich habe schon früher bei der Massenbeschleunigungs-Berechnung durch die Luft denselben mit l bezeichnet.

Die Massen, welche während dieses Weges in Gang gesetzt, werden nach l Meter Fördertiefe die Maximalgeschwindigkeit

$$v_1 = v \left(1 + 2 \frac{l}{H} \right)$$

erreicht haben müssen, waren

$$M = \frac{q + 2 (G_0 + F)}{g}$$

Die lebendige Kraft, welche denselben zu ertheilen ist, muss sein:

$$L = \frac{M v_1^2}{2}$$

die Arbeit, welche während des Anhubes von der Maschine geleistet werden muss, daher

$$A = \frac{M v_1^2}{2} + Wl$$

Wenn die Kraft der Maschine, auch am Umfange des Treibkorbes reducirt, mit P bezeichnet wird, so muss

$$A = \int_0^l P dl$$

Um dieses Integral lösen zu können, müsste man $P = f(l)$ kennen.

Diese Zugkraft P hängt aber theils von der Maschine, theils vom Willen des Maschinisten ab, und um die Rechnung durchführen zu können, nehmen wir an, dass P während der Anlaufperiode einen mittleren constanten Werth P_m habe. Die Gleichung lautet dann:

$$A = P_m l = L + Wl$$

Dieser constanten Kraft P_m entspricht, wie auch in vorhergehenden Rechnungen angenommen wurde, eine gleichförmig beschleunigte Bewegung während des Weges l , bei welchem die mittlere Geschwindigkeit gleich $\frac{v_1}{2}$ ist (siehe Fig. 21).

In Wirklichkeit wird die Kraft P aber nicht constant sein, sondern nach und nach bis zu einem Maximum wachsen, dann aber wieder abnehmen. Die Maximalkraft ist entschieden grösser als die mittlere Kraft P_m , weshalb auch diese von der Maschine geleistet werden muss.

Weiter ist noch zu berücksichtigen, dass die Maschine auch anheben könne, wenn die Kurbelstellung beim Stillstande die ungünstigste ist, d. i. wenn die eine Kurbel sich in der todten Lage befindet. Bei dieser Stellung ist es Aufgabe eines einzigen Cylinders, die nöthige Kraft zu liefern. Würde die Maximalleistung sofort bei Beginn des Anhubes auftreten, so müsste die auf dem Treibkorbumfange reducirte Kraft des einen Cylinders schon ausreichen, diese Maximalkraft zu leisten, da jedoch diese erst während des Ganges der Maschine auftritt, so genügt es, wenn die Eincylinderkraft der mittleren Anhubkraft gleichkommt. Letztere wirkt am Trommelradius R , erstere am Kurbelradius r , und wenn diese mit K bezeichnet wird, muss

$$Kr = P_m R.$$

Die Admissionsspannung des Dampfes sei p_1 , der Nutzquerschnitt beider Cylinder zusammen O in Quadratmeter, daher die Nutzkolbenfläche eines Cylinders $\frac{O}{2}$.

Um jene Kraft K zu erzielen, muss daher

$$K = \left(\frac{O}{2} 10.000 \right) p_1$$

oder die Nutzkolbenfläche beider Cylinder

$$O = K \frac{5000}{p_1} = P_m \frac{R}{r} \frac{5000}{p_1}$$

oder

$$O = \left(\frac{L}{l} + W \right) \frac{R}{r} \frac{5000}{p_1} \text{ qm.}$$

Genügt der Werth vorhergehender Rechnung auch diesem, so ist die Maschine genügend stark, um auch die Massen in Bewegung zu setzen. Ergibt die Berechnung nach der Anzahl der Pferdekkräfte und dem günstigsten Füllungsgrade aber einen kleineren Werth für O als diese Rechnung, so muss unbedingt der grössere Werth gewählt, daher dann der Füllungsgrad der Maschine kleiner genommen werden.

Hilft der Luft-Seilausgleichungs-Apparat mit, die Massen zu beschleunigen, so ist in vorhergehender Formel der Werth L um $\eta_B L$ zu vermindern und sie lautet dann:

$$O = \left(\frac{L(1 - \eta_B)}{l} + W \right) \frac{R}{r} \left(\frac{5000}{p_1} \right),$$

welcher verringerte Werth unter Umständen schon bezwecken kann,

dass die Maschine während der Förderung mit dem günstigsten Füllungsgrad arbeitet.

Um hier Gelegenheit zu geben, die Hauptdimension der Cylinder bestimmen zu können, führe ich noch die nöthigsten Formeln aus dem älteren Werke von Hrabák: »Berechnung der Dampfmaschinen« an.

Es bezeichne:

O die Nutzkolbenfläche beider Cylinder in qm,

u die Anzahl der Umdrehungen der Maschinenwelle pro Minute,

$2r$ den Kolbenhub in Meter,

N die Anzahl der Pferdekkräfte,

p_n den mittleren Dampfdruck in atm,

so ist:

$$p_n = (fp_1 - \alpha) \beta$$

wobei p_1 die Admissionsspannung des Dampfes, f ein Coëfficient, der vom Füllungsgrade abhängig, und α der auf den Quadratcentimeter Kolbenfläche wirkende Gegendruck ist;

$$\alpha = 1.15.$$

Bezeichnet ε das Füllungsverhältniss, so ist:

für $\varepsilon =$	0.912	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4
$f =$	0.975	0.954	0.923	0.879	0.818	0.741
für $\varepsilon =$	0.33	0.3	0.25	0.2		
$f =$	0.679	0.645	0.587	0.523		

Der beiläufig günstigste Füllungsgrad ε ist:

für $N =$	7	20	60	180
und $p_1 = 3, \varepsilon =$	0.41	0.40	0.39	0.38
» $p_1 = 4, \varepsilon =$	0.33	0.32	0.31	0.30
» $p_1 = 6, \varepsilon =$	0.30	0.25	0.23	0.20
» $p_1 = 8, \varepsilon =$	0.27	0.23	0.20	0.17

Für $N = 5$ bis 45 ist der Gütegrad $\beta = \frac{N + 20}{N + 32.5}$

» $N > 45$ » » » $\beta = \frac{N + 300}{N + 366}$

$2ru = 30c$, wobei c die Kolbengeschwindigkeit in m bedeutet.

Die Admissionsspannung $p_1 = \frac{3}{4} p_a$,

wobei p_a die absolute Kesseldampfspannung ist.

Die Formel zur Berechnung des Cylinders aus der Anzahl der Pferdekkräfte lautet dann:

$$O 2 r u = 0.225 \frac{N}{p_n}$$

Anwendung des Luft-Seilausgleich-Mittels bei bereits bestehenden Fördermaschinen.

Auch an bereits bestehenden Fördermaschinen wird das Anbringen der Luftpumpe keine besonderen Schwierigkeiten verursachen, wenn die Maschine so eingerichtet ist, dass ihre Kolbenstange auch durch den rückwärtigen Deckel hindurchgeht und dort nochmals eine Führung findet.

Statt des Gleitklotzes ist dann nur der Pumpenkolben und statt der Geleise die Pumpen selbst zu placiren. Mehr Schwierigkeiten dürfte das Anbringen der äusseren Steuerung der Pumpe verursachen, da gewöhnlich der Raum auf der Welle zwischen Lager und Seiltrommel ein beschränkter ist. Ist z. B. zwischen den Excentern und den Trommeln Platz für das Bogendreieck, so wird es nicht schwer sein, die Steuerstange direct, ohne Hebelübersetzungen, neben dem Schieberkasten der Dampfmaschine fortzuführen. Bei dieser Anordnung jedoch dürfte das Uebersetzen der Steuerstange zur Schieberstange durch lange Querverbindungsstangen etwas unpraktisch sein; in diesem Falle ist es dann gerathen, die Querverbindungen durch Diagonalstangen untereinander abzusteifen.

Ist kein Platz auf der Welle, so könnte man auch die Luftpumpe verkehren, dadurch kommt der Steuercylinder an die Aussen-
seite der Maschinen zu liegen; der äussere Steuerungsmechanismus der Pumpe würde dann einfacher durch eine Gegenkurbel ersetzt werden, welche an dem Maschinenkurbelzapfen angeschweisst, oder auch nur fest angeschraubt zu werden braucht, da ja die Kraft, welche diese zu übertragen hat, nicht bedeutend sein wird.

Ist der Maschinenraum rückwärts beschränkt, und hat die Dampfmaschine keine nach rückwärts verlängerte Kolbenstange, so kann der Apparat auch daneben an der Innenseite aufgestellt werden, jedoch ist dann eine eigene Kraftübersetzung durch eine Kurbel oder ein Excenter, ferner Führungen etc. nothwendig, um die Pumpe zu betreiben.

Auch könnte wegen Raummangel an entsprechender Stelle die Pumpe separat aufgestellt und dieselbe durch eine Zahnrad-Transmission mit der Trommelwelle verbunden werden.

Gegen diese Anordnung möchte ich aber einwenden, dass dagegen dieselben Gründe geltend gemacht werden können, wie bei einer Fördermaschine selbst, wenn sie mittelst Transmission arbeitet.

Diese und noch andere eventuelle Anordnungen sind eben nur Dispositionssache, welche das Princip dieser Seilausgleich-Vorrichtung nicht umstossen.

Wird statt des Bogendreieckes zur äusseren Steuerung ein Excenter oder eine Gegenkurbel verwendet, so muss jedenfalls, wenn grössere Ueberdeckungen vorkommen, der auszuführende Nutzquerschnitt des Pumpencylinders vergrössert werden.

Aus dem Diagramme für ein Excenter (Fig. 32), welches auch wieder genau um 90° der Kurbel voreilen muss, ersieht man, dass die Periode des Einströmens der Luft von der Kurbelstellung K_1 bis K_2 dauert, während welcher Zeit, das ist, während des Weges $2r \cos \alpha$, die Cylinderfüllung stattfindet. Das Volumen der Luft, welches aber durch einen einfachen Kolbenhub befördert werden soll, ist $s = 2rf$, da aber nur während des Weges $2r \cos \alpha$ die Luft wirklich gepumpt wird, so muss

$$s = (2r \cos \alpha) \frac{f}{\cos \alpha} = 2r \cos \alpha f'$$

wobei

$$f' = \frac{f}{\cos \alpha} \text{ ist.}$$

Bezeichnet a die äussere oder innere Ueberdeckung, und ρ den halben Schieberweg oder die Excentricität, so ist $\sin \alpha = \frac{a}{\rho}$ und

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{a^2}{\rho^2}}$$

setzt man diese Werthe ein, so wird

$$f' = \frac{f}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{\rho^2}}}$$

Bei den Berechnungen gilt stets der Werth f , nur bei der Ausführung muss der Cylinder den nutzbaren Querschnitt f' erhalten.

Das Comprimiren des Luftquantums im Cylinder bedeutet keinen Arbeitsverlust, da die Arbeit, welche darauf verwendet wurde, unmittelbar nach dem Hubwechsel wieder abgegeben wird, indem die Expansionsperiode in derselben Zeit stattfindet wie die Compressionsperiode.

Ganz dieselben oder ähnliche Anordnungen können getroffen werden, wenn der Fördermotor eine Turbine oder ein Wasserrad u. s. w. ist. Auch kann der Apparat nicht nur bei Vertical-Förderungen, sondern auch bei geneigter Förderung verwendet werden, die hierfür zur Benützung kommenden Formeln, werden leicht aus den vorher Aufgestellten entwickelt werden können.

Für bereits bestehende Förderanlagen, bei welchen die Seilausgleichung durch conische Trommeln oder Bobinen nur theilweise bewerkstelligt werden kann, ist ebenfalls die Luft-Seilausgleichungsmethode als combinirte Ausgleichung am Platze, und man wird aus folgendem Abschnitte entnehmen, dass dadurch die Ausgleichung der Seile so genau werden kann, dass man mit Vorthail diese combinirte Ausgleichungsmethode auch für neue Anlagen anwenden wird.

Die Luft-Seilausgleich-Vorrichtung combinirt mit der conischen Trommel oder Bobine.

Bobinen und rein conische Trommeln geben an und für sich auch für Fördertiefen, für welche sie als vollkommene Seilausgleichsmittel bekannt sind, nicht jenes günstige Güteverhältniss der Ausgleichung der Seilgewichte, als meine Vorrichtung. Jedoch gerade dieser schlechte Gütegrad kommt bei der Combination mit dem Luft-Seilausgleichungs-Apparate diesem zu Gute, was die nächsten theoretischen Untersuchungen und das am Schlusse angeführte Zahlenbeispiel bestätigen wird.

Ich will zuerst die conische Trommel meinem Rechnungsgange zu Grunde legen, da durch sie die Formeln einen allgemeineren Charakter erhalten. Theoretisch genommen ist die Bobine auch eine conische Trommel, deren Neigungswinkel α gleich 90° wird, folglich auch die Formeln für jene Gültigkeit erhalten werden, indem bei jenen Factoren, welche den Winkel α enthalten, dieser zu 90° eingesetzt werden wird.

Betrachten wir die Aenderung des Treibkorb-Radius für die Aufwärtsförderung, so wird bei Beginn derselben der Radius zuerst am kleinsten, also gleich R_k (nach Fig. 5) sein, da aber der Halbmesser der Trommel mit der Anzahl der Kolbenhübe wächst, deshalb veränderlich ist, so möge dieser allgemein mit ρ bezeichnet werden, ferner derjenige, welcher x Kolbenhüben entspricht, mit ρ_x , folglich wird dann auch $R_k = \rho_0$ und $R_g = \rho_n$.

Nach einer vollständigen Umdrehung der Trommel, von Beginn der Aufwärtsförderung an gerechnet, das ist nach den ersten beiden Kolbenhüben, ist der Radius von ρ_0 auf ρ_2 übergegangen. Bezeichnet wie früher e die Entfernung der Mittellinien zweier aufeinander folgender Seilwindungen (siehe Fig. 33), gemessen in der Trommelachsen-Richtung, ferner α den Winkel, welchen die Seite des Conus mit der Achse bildet, so wird

$$\rho_2 = \rho_0 + e \tan \alpha$$

da ferner noch

$$e = d \cos \alpha = 2 \left(\frac{d}{2} \right) \cos \alpha$$

wobei d den Seildurchmesser eines cylindrischen Seiles (in unserem Falle statt d d' gesetzt, den eines ideellen Seiles) bedeutet, so wird also nach zwei Kolbenhüben

$$\rho_2 = \rho_0 + 2 \left(\frac{d}{2} \right) \sin \alpha$$

nach vier Kolbenhüben

$$\rho_4 = \rho_2 + 2 \left(\frac{d}{2} \right) \sin \alpha$$

oder

$$\rho_4 = \rho_0 + 4 \left(\frac{d}{2} \right) \sin \alpha$$

und daher nach x Kolbenhüben

$$\rho_x = \rho_0 + x \left(\frac{d}{2} \right) \sin \alpha$$

der grösste Radius R_g , welcher nach n Kolbenhüben zur Geltung kommt, wird dann sein

$$\rho_n = \rho_0 + n \left(\frac{d}{2} \right) \sin \alpha$$

Setzen wir der Bequemlichkeit halber

$$\left(\frac{d}{2} \right) \sin \alpha = J = \frac{\rho_n - \rho_0}{n}$$

so ist dann allgemein

$$\rho = \rho_0 + x J$$

Die Anzahl der Kolbenhübe n einer ganzen Förderung ergibt sich, nachdem man $J = \left(\frac{d}{2} \right) \sin \alpha$ berechnet hat, aus den Gleichungen

$$\rho_n - \rho_0 = n J$$

und

$$\rho_n + \rho_0 = \frac{2 H}{\pi n}$$

als

$$n = - \frac{\rho_0}{J} + \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{J} \right)^2 + \frac{2 H}{\pi J}}$$

in welcher Formel, so wie in allen folgenden, die Längendimensionen in Meter einzusetzen sind, da auch die Förderhöhe stets in Meter gegeben ist.

Bei Anwendung von conischen Trommeln ist die Veränderlichkeit des Radius nicht nur massgebend für das auf den Kurbelzapfen

reducirte resultirende Seilgewicht, sondern auch für die auf denselben reducirten Gewichte der Fördergefässe und der Nutzlast.

Die Fördergefässe werden stets an beiden Seilen als gleich grosse Belastungen auftreten, die Nutzlast hingegen nur bei einem Seile, weshalb auch im Folgenden die Kraftbeziehung der letzteren abgesondert von derjenigen der Seile und Fördergefässe behandelt wird, schliesslich aber wieder mit denselben vereinigt werden muss.

Das Gewicht, welches beim aufwärtsgehenden Seile bei Beginn der Förderung den kleinsten Radius als Hebelarm hat, ist

$$P_0 = F + G_0$$

Würde man eine beliebige Förderstellung annehmen, und von dieser aus der Trommel eine Drehung von $d\omega$ ertheilen (siehe Fig. 34), so dass das Seil sich aufwickelt, so wird nach dieser Elementardrehung das herabhängende Seil um $\rho d\omega$ verkürzt, und daher die Zunahme an Gewicht negativ sein, deshalb

$$dP = -k\rho d\omega$$

wobei k das Gewicht pro Meter Länge eines cylindrischen (oder ideellen Seiles) bedeutet.

Ist x die Anzahl der Kolbenhübe der Pumpe, gleichzeitig aber auch die Zahl der halben Trommel-Umdrehungen, so ist der Winkel

$$\omega = \pi x$$

und das Gewicht des in irgend einem Momente in den Schacht hängenden Seilstückes

$$P = -k\pi \int \rho dx + C$$

für ρ den Werth eingesetzt, gibt

$$P = -k\pi \int (\rho_0 + xJ) dx + C$$

und integrirt

$$P = -k\pi x \left\{ \rho_0 + \frac{xJ}{2} \right\} + C$$

für x gleich Null, muss $P = P_0$, daher auch die Constante

$$C = P_0$$

sein, und es wird

$$P = P_0 - k\pi x \left\{ \rho_0 + \frac{xJ}{2} \right\};$$

ferner ist

$$k = \frac{G_0}{H}$$

und

$$H = 2 R \pi u; \quad u = \frac{n}{2}$$

und da der mittlere Radius

$$R = \frac{\rho_n + \rho_0}{2}$$

ist, wird

$$k = \frac{2 G_0}{\pi n (\rho_n + \rho_0)}$$

oder

$$k \pi = \frac{2 G_0}{n (\rho_n + \rho_0)} = \frac{2}{n} U$$

wobei der constante Werth durch

$$U = \frac{G_0}{\rho_n + \rho_0}$$

ausgedrückt werden soll.

Man findet dann

$$P = P_0 - U \frac{x}{n} (2 \rho_0 + x J)$$

Das jeweilig auftretende Moment ist ferner

$$M = P \rho = \left[P_0 - U \frac{x}{n} (2 \rho_0 + x J) \right] (\rho_0 + x J)$$

$$M = P_0 \rho_0 + P_0 J x - 2 U \rho_0 \frac{x^2}{n} - 3 U \rho_0 J \frac{x^3}{n} - U J^2 \frac{x^4}{n};$$

die auf den Kurbelradius reducirte Kraft, welche tangential am Kurbelkreise wirkt, ist dann für das aufwärtsgehende Seil nach x Kolbenhüben

$$t_x = \frac{M_x}{r}$$

die für das abwärtsgehende Seil im selben Augenblick aber

$$t_{(n-x)} = \frac{M_{(n-x)}}{r}$$

Man könnte auf ähnliche Weise, wie früher, auch jetzt die Tangential-Kraftcurven verzeichnen, indem man die beiden Gleichungen auf ein Coordinatensystem bezieht, und t_x beziehungsweise $t_{(n-x)}$ als Ordinaten zu den Abscissen x aufträgt.

Die Gleichung des resultirenden Tangentialdruckes dieser Kräfte ist

$$T_x = t_x - t_{(n-x)}$$

und findet sich, da

$$t_x = \frac{1}{r} \left\{ P_0 \rho_0 + P_0 x J - \frac{2 U \rho_0^2}{n} x - \frac{3 U J \rho_0}{n} x^2 - \frac{U J^2}{n} x^3 \right\}$$

und

$$\begin{aligned} t_{(n-x)} = \frac{1}{r} \left\{ P_0 \rho_0 + P_0 J n - P_0 J x - 2 U \rho_0^2 + \frac{2 U \rho_0^2}{n} x - \right. \\ \left. - 3 U J \rho_0 n + 6 U J \rho_0 x - \frac{3 U J \rho_0}{n} x^2 - U J^2 n^2 + \right. \\ \left. + 3 U J^2 n x - 3 U J^2 x^2 + \frac{U J^2}{n} x^3 \right\} \end{aligned}$$

als:

$$\begin{aligned} T_x = \frac{1}{r} \left\{ 2 U \rho_0^2 - 4 \frac{U \rho_0^2}{n} x + J \left[-x^3 \frac{2 U J}{n} + x^2 3 U J + \right. \right. \\ \left. \left. + x(2 P_0 - 6 U \rho_0 - 3 U J n) + n(-2 P_0 + 6 U \rho_0 + U n J) \right] \right\} \end{aligned}$$

Zu dieser Kraft T_x kommt jetzt noch der Factor hinzu, welcher von der zu hebenden oder zu senkenden Nutzlast herrührt und von dem sich ändernden Trommelradius abhängig ist.

Das jeweilige Moment der Nutzlast ist:

$$m = q \rho = q (\rho_0 + x J)$$

und die auf den Kurbelzapfen reducirte Tangentialkraft

$$\frac{m}{r} = \frac{q \rho}{r}$$

Die Dampfmaschine (der Fördermotor) soll aber während der ganzen Förderung immer die gleiche Kraft äussern, welche, auf den Kurbelradius reducirt, sein wird:

$$\frac{q R}{r}$$

wobei der mittlere Radius

$$R = \frac{R_g + R_k}{2} = \frac{\rho_n + \rho_0}{2}$$

oder nach der allgemeinen Gleichung

$$R = \rho_{\frac{n}{2}} = \rho_0 + \frac{n}{2} J$$

Die Differenz dieser Kräfte (τ_x) hat somit auch die Seil-Ausgleichvorrichtung zu übernehmen, und es wird — gleichgiltig, ob die Last am aufwärtsgehenden oder abwärtsgehenden Seile sich befindet — diese Kraftdifferenz zu T_x hinzuaddirt werden müssen. Erklärt dürfte dies folgendermassen werden:

Angenommen, die Last hänge am aufwärtsgehenden Seile, so wird die reducirte Kraft für dieses Seil ($t_x + \tau_x$) sein, die Kraft des abwärtsgehenden Seiles aber nur ($t_{(n-x)}$), somit die resultirende Kraft

$$(t_x + \tau_x) - t_{(n-x)} = T_x + \tau_x$$

Jetzt soll die Nutzlast am abwärtsgehenden Seile hängen (also als Kraft wirken), sie wird dann die entgegengesetzte Wirkung äussern wie früher, und da sie am abwärtsgehenden Seile hängt, von $t_{(n-x)}$ abzuziehen sein und wir erhalten:

$$t_x - (t_{(n-x)} - \tau_x) \text{ was ebenfalls gleich ist } T_x + \tau_x$$

Diese resultirende Kraft wird sein:

$$\tau_x = \frac{q}{r} (\rho_0 + x J) - \frac{q}{r} (\rho_0 + \frac{n}{2} J)$$

$$\tau_x = \frac{1}{r} \left\{ J \left[x q - n \frac{q}{2} \right] \right\}$$

und daher die resultirende Gesamt-Tangentialkraft

$$\Theta_x = T_x + \tau_x$$

oder

$$\Theta_x = \frac{1}{r} \left\{ 2 U \rho_0^2 - 4 \frac{U \rho_0^2}{n} x + J \left[n (U J n + 3 U \rho_0 - P_0 - \frac{q}{2}) + x (q + 2 P_0 - 6 U \rho_0 - 3 U J n) + 3 U J x^2 - \frac{2 U J}{n} x^3 \right] \right\}$$

Bei Beginn der Förderung, d. i. für $x = 0$ wird dieser Ausdruck:

$$\Theta_0 = \frac{1}{r} \left\{ 2 U \rho_0^2 + J n \left[U (J n + 3 \rho_0) - (P_0 + \frac{q}{2}) \right] \right\}$$

Diese Kraft Θ_0 muss, wenn die conische Trommel (beziehungsweise Bobine) die Seilausgleichung allein bewerkstelligen kann, gleich Null werden.

Obiger Ausdruck von Θ_x gilt wieder als Gleichung der resultirenden Gesamt-Tangentialdruckcurve und kann auf ähnliche Weise wie früher auf ein Achsensystem bezogen und verzeichnet werden.

Auf dieselbe Art kann auch eine ideelle Tangentialdruckcurve construirt werden, welche dieselbe Anfangsordinate wie die wirkliche, also Θ_0 besitzt, und die Ordinate für $x = \frac{n}{2}$, wie bei der wirklichen Curve ebenfalls den Werth Null erhält. Die Gleichung dieser ideellen Curve ist die einer Geraden und lautet:

$$\Theta_x' = \Theta_0 \left(1 - 2 \frac{x}{n} \right)$$

und wird sein:

$$\Theta_x' = \frac{1}{r} \left\{ 2 U \rho_0^2 - 4 \frac{U \rho_0^2}{n} x + J \left\{ n \left(U J n + 3 U \rho_0 - P_0 - \frac{q}{2} \right) + x (q + 2 P_0 - 6 U \rho_0 - 2 U J n) \right\} \right\}$$

Der Werth Θ_x' wird Null, wenn Θ_0 Null wird. Würde eine conische Trommel vollkommen die Seilgewichte in jeder beliebigen Stellung ausgleichen, so müsste Θ_x' mit Θ_x identisch sein, man sieht aber, dass für bestimmte Werthe von x ein ziemlich grosser Unterschied der Werthe herrschen kann; der Gütegrad, der durch die conische Trommel an irgend einer Stelle x erreicht wird, bestimmt sich durch das Verhältniss der Kraft, welche am Kurbelzapfen geleistet würde bei Anwendung der conischen Trommel, plus der Kraft, welche ebendasselbst geleistet würde bei Anwendung einer cylindrischen Trommel vom Radius $R = \frac{\rho_n + \rho_0}{2}$ zur Kraft, welche am Kurbelzapfen wirken würde, wenn diese cylindrische Trommel allein in Verwendung käme.

Zur näheren Erklärung diene folgende Betrachtung:

Würde eine cylindrische Trommel angewendet werden, so würde nach x Kolbenhüben an dem Kurbelzapfen eine Kraft $\mathfrak{G}_x'$ wirken:

$$\mathfrak{G}_x' = G_0 \frac{R}{r} \left(1 - 2 \frac{x}{n} \right)$$

Die Anwendung der conischen Trommel hat aber den Zweck, eben diese Kraft $\mathfrak{G}_x'$ nicht auftreten zu lassen, daher man dieselbe, wenn beide Trommelwirkungen verglichen werden, ebenfalls als positive Kraft in die Formel für die conische Trommel zu bringen hat, da die beiden Werthe beim Vergleich sich gegenüberstehen.

Durch die conische Trommel erzielt man aber auch eine weitere Kraft Θ_x , weshalb dann

$$\mathfrak{G}_x = \mathfrak{G}_x' + \Theta_x$$

Der Gütegrad an dieser Stelle wird dann sein:

$$\beta_x = \frac{\mathfrak{G}_x}{\mathfrak{G}_x'} = 1 + \frac{\Theta_x}{\mathfrak{G}_x'}$$

Würde die conische Trommel an jeder Stelle vollkommen die Gewichte ausgleichen, so wäre $\Theta_x = 0$ und daher $\beta_x = 1$, was auch sein muss.

Reicht die conische Trommel nicht allein hin, die Seilgewichte auszugleichen, und greift man zur combinirten Seilausgleichung mit dem Luftapparate, so werden die Ausdrücke für Θ_0 und Θ_x' nicht gleich Null werden.

Zur Berechnung der Werthe Θ_0 , Θ_x und Θ_x' werden die Formeln derselben bequemer lauten, wenn man setzt:

$$\Omega = \left\{ 2 U \rho_0^2 + J n \left[U (J n + 3 \rho_0) - \left(P_0 + \frac{q}{2} \right) \right] \right\}$$

und

$$\Theta_0 = \frac{1}{r} \Omega$$

$$\Theta_x' = \frac{1}{r} \Omega \left(1 - 2 \frac{x}{n} \right)$$

und

$$\Theta_x = \frac{1}{r} \left\{ \Omega \left(1 - 2 \frac{x}{n} \right) - U J^2 n x \left[1 - 3 \frac{x}{n} + 2 \left(\frac{x}{n} \right)^2 \right] \right\}$$

Es kann für diese beiden Curven wieder das Verhältniss der jeweiligen Kräfte aufgestellt werden, und dieses wird sein:

$$\varepsilon_x = \frac{\Theta_x}{\Theta_x'}$$

Untersucht man die Stelle, an welcher dieses Verhältniss am kleinsten ist, d. i. der ungünstigste Punkt, so findet man die Anzahl der Kolbenhübe x , nach welcher dieser eintreten wird, indem man die Differenz $(\Theta_x' - \Theta_x)$ bildet und diesen Ausdruck auf ein Maximum untersucht:

$$\Theta_x' - \Theta_x = J^2 U \left(n x - 3 x^2 + \frac{2}{n} x^3 \right)$$

$$\frac{d(\Theta_x' - \Theta_x)}{dx} = J^2 U \left(n - 6 x + 6 \frac{x^2}{n} \right)$$

Dieser Ausdruck wird Null, wenn

$$\left(n - 6 x + 6 \frac{x^2}{n} \right) = 0.$$

daraus wird

$$x = n \left(\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{12}} \right)$$

Und es ergeben sich zwei Werthe für x

$$x_1 = 0.7886 n$$

und

$$x_2 = 0.2114 n$$

Die Differenz $(\Theta'_x - \Theta_x)$ ist in jedem Falle positiv und man ersieht daher, dass die wirkliche Curve die ideelle unterschreitet, ferner fällt auf, dass die Differenz ein Maximum wird zwischen $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5} n$, beziehungsweise zwischen $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{4} n$.

Die wirkliche Curve hat sonach eine ähnliche Gestalt, wie die resultirende wirkliche Luftspannungscurve, weshalb begreiflich ist, dass durch die Vorrichtung auch hier ein günstiger Seilausgleich erreicht wird.

Wir können jetzt das Verhältniss

$$\varepsilon_{\frac{n}{4}} = \frac{\Theta_{\frac{n}{4}}}{\Theta'_{\frac{n}{4}}}$$

bestimmen.

Tabellarisch diese Werthe zusammenzustellen, wäre sehr umständlich und zeitraubend, da die Werthe von Θ_0 von so vielen in der Praxis sich ändernden Factoren abhängig sind. Aus den am Schlusse angeführten Beispielen wird man auch leicht auf dieses Verhältniss im Allgemeinen Schlüsse ziehen können.

Es bleibt mir jetzt noch übrig, den Gütegrad der Arbeiten zu bestimmen.

Die Elementararbeit, welche dem wirklichen Zapfendruck entspricht, ist:

$$dZ = \Theta_x dx$$

und die Arbeit von 0 bis x Kolbenhüben

$$Z \Big|_0^x = \frac{x}{r} \left\{ 2 U \rho_0^2 - 2 \frac{U \rho_0^2}{n} x + J \left[n (U J n + 3 U \rho_0 - P_0 - \frac{q}{2}) + \frac{x}{2} (q + 2 P_0 - 6 U \rho_0 - 3 U J n) + U J x^2 - \frac{U J}{2 n} x^3 \right] \right\}$$

Und die Arbeit während der halben Förderzeit

$$Z \Big|_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{2r} \left\{ U \rho_0^2 + \frac{Jn}{4} \left[4n U J + 12 U \rho_0 - 4 P_0 - 2q + q + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 P_0 - 6 U \rho_0 - 3 U J n + U J n - \frac{U J n}{4} \right] \right\}$$

oder

$$Z \Big|_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{2r} \left\{ U \rho_0^2 + \frac{Jn}{4} \left[\frac{7}{4} U J n + 6 U \rho_0 - 2 P_0 - q \right] \right\}$$

oder endlich

$$Z \Big|_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{2r} \left\{ U \rho_0^2 + \frac{Jn}{4} \left[U \left(\frac{7}{4} J n + 6 U \rho_0 \right) - (2 P_0 + q) \right] \right\}$$

Die ideelle Elementararbeit

$$dZ' = \Theta'_x dx$$

und die ideelle Arbeit von 0 bis x

$$Z' \Big|_0^x = \frac{x}{r} \left\{ 2 U \rho_0^2 - 2 U \rho_0^2 \frac{x}{n} + J \left[n \left(U J n + 3 U \rho_0 - P_0 - \frac{q}{2} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{x}{2} (q + 2 P_0 - 6 U \rho_0 - 2 U J n) \right] \right\}$$

und die ideelle Arbeit während der halben Förderzeit

$$Z' \Big|_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{2r} \left\{ U \rho_0^2 + \frac{Jn}{4} \left[4 U J n + 12 U \rho_0 - 4 P_0 - 2q + q + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 P_0 - 6 U \rho_0 - 2 U J n \right] \right\}$$

oder

$$Z' \Big|_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{2r} \left\{ U \rho_0^2 + \frac{Jn}{4} \left[U (2 J n + 6 \rho_0) - (P_0 + \frac{q}{2}) \right] \right\}$$

Bequemer zur Rechnung gestalten sich die Formeln, wenn man wieder den Werth Ω in dieselben hineinbringt; es wird dann:

$$Z \Big|_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{4r} \left(\Omega - \frac{U J^2 n^2}{8} \right)$$

und

$$Z' \Big|_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{4r} \Omega$$

Der Gütegrad (der wirklichen zur ideellen Druckarbeit) wird bei Anwendung cylindrischer (oder ideeller) Seile

$$\varepsilon = \frac{Z \Big|_0^{\frac{n}{2}}}{Z' \Big|_0^{\frac{n}{2}}}$$

Will man den Gütegrad der Arbeiten einer conischen Trommel bestimmen (wieder vorausgesetzt, dass sie allein die Ausgleichung so bewirkt, dass der Werth Θ_0 , daher auch $Z' \int_0^n \frac{1}{2}$ gleich Null wird), so rechnet man die Arbeit, welche geleistet würde bei Anwendung einer cylindrischen Trommel vom Radius $R = \frac{\rho_n + \rho_0}{2}$, welche ebenfalls durch die am Kurbelzapfen reducirte Kraft hervorgebracht würde und welche

$$\mathfrak{A}' \int_0^n \frac{1}{2} = G_0 \frac{R}{r} \frac{n}{4}$$

und stelle das Verhältniss der wirklichen geleisteten Arbeit zu dieser ideellen auf.

Die wirkliche, durch die conische Trommel geleistete Arbeit ist:

$$\mathfrak{A} \int_0^n \frac{1}{2} = \mathfrak{A}' \int_0^n \frac{1}{2} + Z \int_0^n \frac{1}{2}$$

und daher der Gütegrad

$$\beta = \frac{\mathfrak{A} \int_0^n \frac{1}{2}}{\mathfrak{A}' \int_0^n \frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{Z \int_0^n \frac{1}{2}}{\mathfrak{A}' \int_0^n \frac{1}{2}} \right)$$

Im Allgemeinen ersieht man schon jetzt, dass das Güteverhältniss umso grösser ist, je kleiner der Factor J wird. Bei Anwendung der combinirten Seilausgleichung findet man aus der Formel, dass für eine cylindrische Trommel, wo J gleich Null ist (indem man $\rho_n = \rho_0 = R$ setzt), $\varepsilon = 1$ wird, welcher Werth für cylindrische Trommeln und Seile auch gerechtfertigt erscheint.

Würde man ein continuirlich sich verjüngendes Seil vorausgesetzt haben, so würde auch der Werth ε kleiner erscheinen, da die wirkliche Seilkraftcurve sich ebenfalls unter die ideelle einbiegt.

Würden wir nach und nach die conische Trommel in die cylindrische übergehen lassen (vorläufig ein ideelles Seil vorausgesetzt), und die resultirenden Druckcurven verzeichnen, so werden wir finden, dass die Neigung der jeweiligen ideellen Curve gegen die Abscissenachsen für die conischen Trommeln geringer, für die cylindrische Trommel aber steiler wird, ferner aber, dass die wirkliche Curve, je mehr sich die Form der Trommel der cylindrischen nähert, sich mehr und mehr an die ideelle Curve anschliesst und für die cylindrische Trommel selbst (ein cylindrisches Seil vorausgesetzt) mit der ideellen Curve zusammenfallen wird.

Denken wir uns jetzt eine cylindrische Trommel und ein continuirlich sich verjüngendes Seil, so wird die Seilkraftcurve für dieses schon nach unten ausgebaucht erscheinen. Würden wir diese cylindrische Trommel in eine conische übergehen lassen, so wird die Ausbauchung, welche von dem continuirlich sich verjüngenden Seile herrührt, fort bestehen bleiben, und da die Druckcurve für conische Trommeln und cylindrische Seile ebenfalls nach unten ausgebaucht ist, wird also diese Ausbiegung der Curve noch grösser werden müssen.

Nach dieser Betrachtung erlaube ich mir den Gütegrad der Arbeit bei der Combination mit einer conischen Trommel und bei Anwendung eines continuirlich sich verjüngenden Seiles, bezogen auf die ideelle Arbeit, dadurch zu bezeichnen, dass ich die Güteverhältnisse, welche sich für beide separat ergeben würden, mit einander multiplicire und denselben combinirten Arbeitsgütegrad benenne, welcher dann mit λ bezeichnet, ist:

$$\lambda = \varepsilon \cdot \gamma.$$

Allerdings ist diese Annahme theoretisch unrichtig, da der zu einer bestimmten Anzahl Kolbenhübe gehörige Radius noch von der Veränderlichkeit der Seildicke abhängt, weil der Factor J nicht mehr constant, sondern gleich $\left(\frac{d}{2}\right) \sin \alpha$ ist, welcher Werth mit d variirt.

Wollte man aber auch die Veränderlichkeit des Seildurchmessers berücksichtigen, so werden die ohnehin nicht einfachen Formeln sehr complicirt, und es wird das Schluss-Resultat des Arbeitsgütegrades doch nicht viel verschieden von dem Werthe λ ausfallen.

Auf ähnliche Weise ergibt sich der combinirte Gütegrad der Tangentialkraft und der Seilkraft für eine beliebige Stelle x mit

$$\lambda_x = \varepsilon_x \gamma_l$$

oder für $x = \frac{n}{4}$

$$\lambda_{\frac{n}{4}} = \varepsilon_{\frac{n}{4}} \gamma_{\frac{H}{4}}$$

Wollen wir jetzt den Gütegrad in Bezug auf die Luftarbeit bestimmen, so ist dieser

für ein cylindrisches Seil $\mathfrak{S}' = \frac{\eta}{\varepsilon}$,

für ein continuirlich sich verjüngendes Seil $\mathfrak{S} = \frac{\eta}{\lambda} = \frac{\eta}{\varepsilon \gamma}$,

ferner der Gütegrad der Luftspannung zur Kraft nach x Kolbenhüben

$$\text{für ein cylindrisches (ideelles) Seil } \mathfrak{S}'_x = \frac{\eta_x}{\varepsilon_x}$$

$$\text{für ein continuirlich sich verjüngendes Seil } \mathfrak{S}_x = \frac{\eta_x}{\lambda_x} = \frac{\eta_x}{\varepsilon_x \gamma_x}$$

Diese Formeln gelten auch für eine cylindrische Trommel, wenn man ε , beziehungsweise ε_x gleich der Einheit setzt.

Da wir die resultirende Gesamt-Tangentialkraft Θ ermittelt haben, so müssen wir sie noch auf den Quadratcentimeter Kolbenfläche reduciren, um sie dann weiter mit den Formeln für die Luftspannungen in Uebereinstimmung zu bringen.

Analog wie wir früher die auf den Quadratcentimeter Kolbenfläche reducirte ideelle Seilkraft mit $G_r \left[= \frac{\pi}{2f} \left(G_0 \frac{R}{r} \right) \right]$ bezeichnet haben, wird die reducirte ideelle Tangentialkraft

$$\Theta_r = \frac{\pi}{2f} \Theta_0$$

sein, welche Formel in jeder Hinsicht dem G_r entspricht, denn würden wir eine cylindrische Trommel anwenden, so würde sein:

$$R = \rho_n = \rho_0, \text{ daher } J = 0;$$

ferner

$$U = \frac{G_0}{\rho_n + \rho_0} = \frac{G_0}{2R}$$

und

$$\Theta_0 = \frac{1}{r} \{ 2 U \rho_0^2 \} = \frac{2 G_0 R^2}{2 R r} = \frac{G_0 R}{r}$$

und

$$\Theta_r = \frac{\pi G_0 R}{2f r} = G_r$$

Um die Formeln, welche Seite 78 zusammengestellt wurden, nun auch für conische Seiltrommeln verwenden zu können, ist dort stets der Werth G_r durch Θ_r zu ersetzen.

Weiters bezieht sich der dort angeführte Werth des Trommeldurchmessers D nicht auf den mittleren Radius, sondern auf den kleinsten, weshalb dann

$$D = 2 \rho_0 \text{ statt } D = 2 R \quad \text{zu nehmen ist.}$$

In allen übrigen Formeln gilt der Werth R als mittlerer Radius, und ist sonach

$$R = \frac{\rho_n + \rho_0}{2}$$

Die Güteverhältnisse wurden für diese Fälle soeben aufgestellt.

Alle die Formeln für conische Trommeln und continuirlich sich verjüngende Seile zusammengestellt, können nun auch für cylindrische Trommeln, ferner auch für cylindrische Seile verwendet werden, da dann ohnehin die betreffenden Factoren sich von selbst reduciren.

Dieselben Formeln werden für Bobinen gelten, wenn gesetzt wird

$$J = \frac{d_1'}{2}$$

in Meter.

Nur muss noch bemerkt werden, dass die Bandseile aus vier bis acht neben einander liegenden, durch Drähte oder Nieten verbundenen Rundseilen bestehen, und da eine schöne Rundung dieser letzteren nicht erfordert wird, der Neigungswinkel der Drahtachsen zur Litzenachse, und dieser wieder gegen die Seilachse mit 8° angenommen werden kann, wofür dann

$$a = \frac{\pi}{4} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 = 0.77$$

und

$$\zeta = \frac{0.75}{a \mathfrak{S}'} = \frac{1}{1.026 \mathfrak{S}'}$$

wird.

Wenn ferner n_2 die Anzahl der Drähte in einem der Rundseile im Bandseile bezeichnet, so ist die Dicke desselben

$$d_1 = (1.5 \sqrt{n_2} + 1) \delta,$$

wobei δ den Durchmesser des Drahtes bedeutet.

Die Berechnung des Seiles ist ganz dieselbe, wie für Rundseile, nur ist zu berücksichtigen, dass die Last nicht an einem, sondern an 4 bis 8 solcher Seile vertheilt wirkt.

Um den Gütegrad der Seilausgleichung bei Anwendung einer conischen Trommel allein, beziehungsweise einer Bobine durch einen Zahlenwerth auszudrücken, und um diesen in Vergleich ziehen zu können mit dem Güteverhältniss, welches sich bei Anwendung des Luft-Seilausgleich-Apparates ergibt, so wähle ich zu folgendem Beispiele jene Hauptdaten, welche bei der Aufgabe Seite 83 gegeben waren.

Es sei: $q = 1000$ klg, $F = 1500$ klg, $Q = F + q = 2500$ klg, $H = 500$ m, $\mathfrak{S}' = 1000$, $\mathfrak{S} = 2700$ und $E = 2,000.000$.

Die Seilausgleichung soll durch eine Bobine bewirkt werden, welche für diesen Fall noch als Ausgleichvorrichtung insoweit als vollständige ausreichen soll, als die Momente bei Beginn und Ende einer Förderung einander gleich sind (siehe S. 9).

Es muss daher sein:

$$R_k = \rho_0 = 10 \sqrt{\frac{H d_1'}{\pi (C^2 - 1)}}$$

und

$$C = 1 + \frac{2 G_0}{2 F + q}$$

wobei H in m, das Uebrige in ct genommen werden muss.

Die Bobinen bestehen aus 4 Rundseilen, von welchen ein jedes $n_2 = 36$ Drähte besitzt, weshalb die Anzahl der gesammten Drähte in der Bobine

$$n_1 = 144$$

ist, es wird dann $\zeta = \frac{1}{1.026 \mathfrak{S}'} = \frac{1}{1026}$, $\zeta H = 0.4873$ und $e^{\zeta H} = 1.6278$.

Der Drahtdurchmesser im obersten Seilquerschnitt ist dann

$$\delta = \sqrt{\frac{\zeta Q e^{\zeta H}}{n_1 0.75}} = (\text{abgerundet}) 0.19 \text{ ct}$$

und die Dicke des Bandseiles an dieser Stelle

$$d_1 = (1.5 \sqrt{n_2} + 1) \delta = 1.9 \text{ ct},$$

nachdem diese Werthe als abgerundete gefunden, muss der Werth $e^{\zeta H}$ corrigirt werden, welcher sich dann mit

$$e^{\zeta H} = 1.6011$$

ergibt. Das Seilgewicht wird dann

$$G_0 = Q (e^{\zeta H} - 1) = 1500 \text{ klg},$$

für das ideelle Bandseil das Gewicht pro laufenden Meter

$$k = \frac{G_0}{H} = 3$$

und für das cylindrische Rundseil im Flachseile

$$\frac{k}{4}$$

es ergibt sich weiter der ideelle Drahtdurchmesser mit

$$\delta' = \sqrt{\frac{k}{4 \cdot 0.75 n_2}} = \frac{1}{6} \text{ ct}$$

und die ideelle Bandseildicke

$$d_1' = (1.5 \sqrt{n_2} + 1) \delta = \frac{10}{6} \text{ ct oder } \frac{1}{60} \text{ m.}$$

Es wird weiter

$$C = 1.75$$

und daher

$$\rho_0 = 113.5 \text{ ct} = 1.135 \text{ m,}$$

welchen Radius die Bobine haben muss, sobald sie den Seilausgleich vollkommen übernehmen soll.

Der Kerndurchmesser der Bobine, welchen aber der Draht zum Mindesten erfordert, ist:

$$D = \frac{E}{\mathfrak{E} - \mathfrak{E}'} \delta = 223.5 \text{ ct}$$

und da dieser Werth kleiner als $2 \rho_0$ ist, so kann die Bobine zur sogenannten vollkommenen Seilausgleichung Verwendung finden.

Der Kurbelradius war in dem angeführten Beispiele

$$r = 0.45 \text{ m.}$$

Die im weiteren Rechnungsgange einzuführenden Grössen sind in Meter und Kilogramm einzusetzen.

Es wird

$$J = \frac{d_1'}{2} = \frac{1}{120}$$

die zur vollständigen Förderung nöthigen Kolbenhübe

$$n = -\frac{\rho_0}{J} + \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{J}\right)^2 + \frac{2H}{\pi J}} = 102.$$

Der grösste Windungshalbmesser

$$\rho_n = \rho_0 + n J = 1.985$$

$$\rho_n + \rho_0 = 3.12,$$

ferner

$$P_0 = F + G_0 = 3000$$

und der constante Werth

$$U = \frac{G_0}{\rho_n + \rho_0} = 480.746.$$

Weiter wird

$$\Theta_0 = \Theta_x' = 0$$

$$\Theta_{\frac{n}{4}} = \frac{1}{r} \left\{ U \rho_0^2 + \frac{J n}{4} \left[U \left(\frac{13}{8} J n + 6 \rho_0 \right) - 2 \left(P_0 + \frac{q}{2} \right) \right] \right\} =$$

$$\Theta_{\frac{n}{4}} = \frac{1}{r} (619.3 - 650.6) = - 31.3 \frac{1}{r} = 69.6 \text{ rund } 70.$$

Es werden also nach $\frac{n}{4}$ Kolbenhüben 70 klg des Seilgewichtes nicht ausgeglichen.

Würde eine cylindrische Trommel vorhanden sein von dem Radius

$$R = \frac{\rho_n + \rho_0}{2} = 1.56,$$

so wäre die auf den Kurbelzapfen reducirte Seilkraft an dieser Stelle

$$\mathfrak{G}_{\frac{n}{4}}' = \frac{1}{2} G_0 \frac{R}{r} = 260.$$

Die ausgeglichene Seilkraft ist aber

$$\mathfrak{G}_{\frac{n}{4}} = 260 - 70 = 190,$$

daher das Güteverhältniss an dieser Stelle

$$\beta_{\frac{n}{4}} = \frac{190}{260} = 0.682.$$

Bei Anwendung des Luft-Seilausgleich-Mittels war aber bei denselben Angaben das Güteverhältniss

$$\eta_{\frac{n}{4}} \text{ rund } 0.95 (!)$$

Ebenso wie Θ_0 und Θ_x' wird auch

$$Z' \Big|_0^{\frac{n}{2}} = \Theta_0 \frac{n}{4} = 0.$$

Die wirkliche Arbeit wird aber sein:

$$Z \Big|_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{2r} (619 - 639.8) = - 30.46 n,$$

welche, da sie negativ, somit durch die Bobine nicht ausgeglichen wird; es ergibt sich

$$\mathfrak{A}' \Big|_0^{\frac{n}{2}} = G_0 \frac{R}{r} \frac{n}{4} = 130 n$$

folglich

$$\mathfrak{X} \left\{ \begin{matrix} \frac{n}{2} \\ 0 \end{matrix} \right. = (130 - 30.46) n = 99.54 n$$

und der Gütegrad der Bobinenarbeit ist

$$\beta = \frac{99.54}{130} = 0.7657,$$

während das Güteverhältniss der Arbeiten bei Anwendung des Luft-Seilausgleich-Apparates

$$\eta = 0.974 (!) \text{ war.}$$

Dieser schlechte Gütegrad der Bobinen kommt bei der Combination derselben mit dem Luft-Seilausgleichungs-Mittel diesem nur zu Gute, da dadurch eine höhere Luftanfangsspannung angewendet werden darf, welche zur Folge hat, dass kleinere Luftreservoirs und Pumpen Anwendung finden können. Um das Güteverhältniss bei der combinirten Seilausgleichung recht deutlich zu zeigen, wähle ich als Beispiel eine Fördertiefe, die heutzutage noch nicht existirt; auch habe ich in meiner Einleitung gesagt, dass meine Vorrichtung nahezu vollständige Ausgleichung der Seilgewichte gewährt, selbst für Fördertiefen über 1000 Meter, und so lege ich, um diesem Ausspruche gerecht zu werden, folgendem Beispiele eine Fördertiefe von fünfzehnhundert Meter zu Grunde, und will zeigen, dass ich dabei nicht nur nahezu vollständige Seilausgleichung erreiche, sondern theoretisch genommen, eine wirklich vollständige Ausgleichung erziele. Gleichzeitig diene das folgende Beispiel als Zusammenstellung und Anwendung der Formeln für die combinirte Seilausgleichung.

Es soll eine Bobine in Verbindung mit dem Luft-Seilausgleich-Apparate die Ausgleichung der Seilgewichte bewerkstelligen.

Es ist gegeben:

$$H = 1500 \text{ m, } q = 1000 \text{ klg, } F = 1500 \text{ klg, } Q = F + q = 2500,$$

$$\mathfrak{S}' = 1530, \mathfrak{S} = 3060, \zeta = \frac{1}{1.026 \mathfrak{S}'} = \frac{1}{1570}, E = 2,750.000.$$

Das Bandseil bestehe aus 6 Rundseilen, von welchen ein jedes $n_2 = 36$ Drähte enthält, daher die gesammte Anzahl der Drähte ist:

$$n_1 = 216.$$

Der Drahtdurchmesser im obersten Querschnitte des Seiles:

$$\delta = \sqrt{\frac{Q \zeta e^{\zeta H}}{0.75 n_1}} = 0.16 \text{ ct}$$

Banddicke im obersten Querschnitt:

$$d_1 = (1.5 \sqrt{n_2} + 1) \delta = 1.6 \text{ ct}$$

Gewicht des Seiles:

$$G_0 = Q (e^{\zeta H} - 1) = 4000 \text{ klg}$$

Gewicht eines Meters des ideellen Bandseiles:

$$k = \frac{G_0}{H} = \frac{8}{3} \text{ klg}$$

Drahtdurchmesser des ideellen Seiles:

$$\delta' = \sqrt{\frac{k}{0.75 n_1}} = 0.1283 \text{ ct}$$

Dicke des ideellen Seiles:

$$d'_1 = 1.283 \text{ ct} = 0.01283 \text{ m}$$

Der constante Factor J in Meter:

$$J = \frac{d'_1}{2} = 0.006415$$

Kerndurchmesser der Bobine zum Mindesten:

$$D = 2 \rho_0 = \frac{E}{\mathfrak{E} - \mathfrak{E}'} \delta = 222.4 \text{ ct}$$

Angenommener kleinster Radius, also grösser als $\frac{D}{2}$

$$\rho_0 = 1.5 \text{ m}$$

Kurbelradius:

$$r = 0.45 \text{ m}$$

Anzahl der einfachen Kolbenhübe der Pumpe während einer ganzen Förderung:

$$n = -\frac{\rho_0}{J} + \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{J}\right)^2 + \frac{2H}{\pi J}} = 217.3$$

Grösster Aufwindungs-Halbmesser (d. i. nach n Kolbenhüben):

$$\rho_n = \rho_0 + n J = 2.894 \text{ m}$$

Der constante Factor:

$$U = \frac{G_0}{\rho_n + \rho_0} = 910.3$$

Das grösste an der Trommelwelle wirkende Moment (d. i. bei Beginn der Förderung):

$$\Omega = \left\{ 2 U \rho_0^2 + J n \left[U (J n + 3 \rho_0) - \left(P_0 + \frac{q}{2} \right) \right] \right\} = 3212$$

Die grösste auf den Kurbelzapfen reducirte Seilkraft:

$$\Theta_0 = \frac{1}{r} \Omega = 7138$$

Die wirkliche Tangentialdruck-Arbeit während der ersten Hälfte einer Förderung:

$$Z \int_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{4r} \left(\Omega - \frac{U J^2 n^2}{8} \right) = 2991 \frac{n}{4r}$$

Die ideelle Tangentialdruck-Arbeit während der ersten $\frac{n}{2}$ Kolbenhübe:

$$Z' \int_0^{\frac{n}{2}} = \frac{n}{4r} \Omega = \frac{n}{4r} 3212$$

Der Gütegrad der Arbeiten:

$$\varepsilon = \frac{Z \int_0^{\frac{n}{2}}}{Z' \int_0^{\frac{n}{2}}} = 0.9312$$

Seilarbeit des wirklichen (continuirlich sich verjüngenden) Seiles während der halben Förderhöhe:

$$A \int_0^{\frac{H}{2}} = \frac{Q}{\xi} (e^{\xi H} + 1 - 2 \sqrt{e^{\xi H}}) = 1,472.000$$

Die Arbeit während derselben Zeit eines ideellen Seiles:

$$A' \int_0^{\frac{H}{2}} = G_0 \frac{H}{4} = 1,500.000$$

Verhältniss der Seilarbeiten:

$$\gamma = \frac{A \int_0^{\frac{n}{2}}}{A' \int_0^{\frac{n}{2}}} = 0.9812.$$

Verhältniss der gesammten wirklich geleisteten Arbeiten zur gesammten ideellen Arbeit:

$$\lambda = \varepsilon \gamma = 0.9137.$$

Da der Gesamtgütegrad der combinirten Seilausgleich-Vorrichtung

$$\mathfrak{S} = \frac{\eta}{\lambda}$$

ist, und dieser natürlicherweise auf keinen Fall grösser, als die Einheit werden darf, doch für $\mathfrak{S} = 1$ als das günstigste Resultat anzusehen ist, da dann wirklich vollständige Seilausgleichung stattfindet, so wird man aus Tabelle IV für η (gleich oder kleiner als λ) einen Werth der Luftanfangsspannung p_0 annehmen.

Wir finden für

$$\eta = \lambda = 0.91$$

eine Anfangsspannung $p_0 = 9$ Atmosphären. Wählen wir diese zu unserer weiteren Berechnung, so haben wir also eine vollkommene Seilausgleichung erreicht, und es wird der Gesamtgütegrad der combinirten Seilausgleichung

$$\mathfrak{S} = \frac{\eta}{\lambda} = 1.$$

Berechnen wir weiter die Dimensionen der Luftpumpe und der Reservoirs, so finden wir, dass die nutzbare Kolbenfläche der ersteren für eine Anfangsspannung von

$$p_0 = 9 \text{ atm}$$

wird

$$f = \frac{\Theta_0}{(p_0 - 1)} \frac{\pi}{2} = 1411.51 \text{ qct}$$

oder in Quadratmeter ausgedrückt

$$f = 0.141151.$$

Das Pumpenvolumen

$$s = 2 r f = 0.126 \text{ cm}$$

und das Volumen eines Luftbehälters

$$V = \frac{s}{\frac{1}{p_0^n} - 1} = 12.47 \text{ (abgerundet) } 12.5 \text{ cm.}$$

Wollen wir eine Zwillingspumpe anwenden, so ist die nutzbare Kolbenfläche einer Pumpe gleich $\frac{f}{2}$, und dieser würde ein Kolben-

durchmesser von 30 ct entsprechen, ohne Rücksicht auf den Kolbenstangen-Querschnitt etc.

Wollen wir auch die Luftbehälter theilen, so enthält einer davon ein Volumen $\frac{V}{2} = 6.25$ cm, was einem Durchmesser von 1.1 m und einer Länge von 6.6 m entspricht, sobald ein Reservoir als cylindrischer Walzenkessel ausgeführt wird.

Die Oberfläche eines Doppelbehälters wird 49.2 qm, welche vollkommen ausreicht, den Temperatenausgleich herbeizuführen, da für diesen nur eine Oberfläche von $O = 48$ qm erforderlich ist, wenn $c = 1.6$ m und $\Delta = 0.01$ m angenommen wurde.

Ich glaube nun, dass man mit diesen Resultaten für eine Fördertiefe von fünfzehnhundert Meter wohl zufriedengestellt sein kann!

Wir haben gesehen, dass die Bobine, das einzige Mittel, welches noch für eine Fördertiefe von 500 Meter (bei vorangeführtem Beispiele) den Seilausgleich bewirken kann, für diese nur einen Gütegrad von 76 Percent gestattet, während für dieselben Verhältnisse meine Vorrichtung ein Güteverhältniss von 97 Percent bietet. Für grössere Fördertiefen hatte man bis jetzt noch keine Ausgleichungs-Vorrichtung, und man musste sich mit nur theilweiser Ausgleichung begnügen und dabei zu Ende einer Förderung (eine Dampfmaschine vorausgesetzt) sogar mit Gegendampf arbeiten. Der Luft-Seilausgleich-Apparat aber, kann selbst für eine Fördertiefe von 900 Meter, wie ein vorher angeführtes Beispiel zeigt, ohne andere weitere Hilfsapparate einen Gütegrad von 93 Percent aufweisen. Aus der zuletzt durchgeführten Aufgabe jedoch, welche für 1500 Meter Fördertiefe gestellt wurde, findet man, dass durch Combination der Ausgleichvorrichtungen sogar ein Güteverhältniss $= 1$ erreicht wird. Kann man also für eine so colossale Fördertiefe dieses erzielen, so wird es ein Leichtes sein, denselben Gütegrad auch für geringere Höhen zu erhalten, sobald man die conische Trommel, beziehungsweise die Bobine zur Ausgleichung der Seilgewichte mit dem Luft-Seilausgleich-Apparate vereinigt.

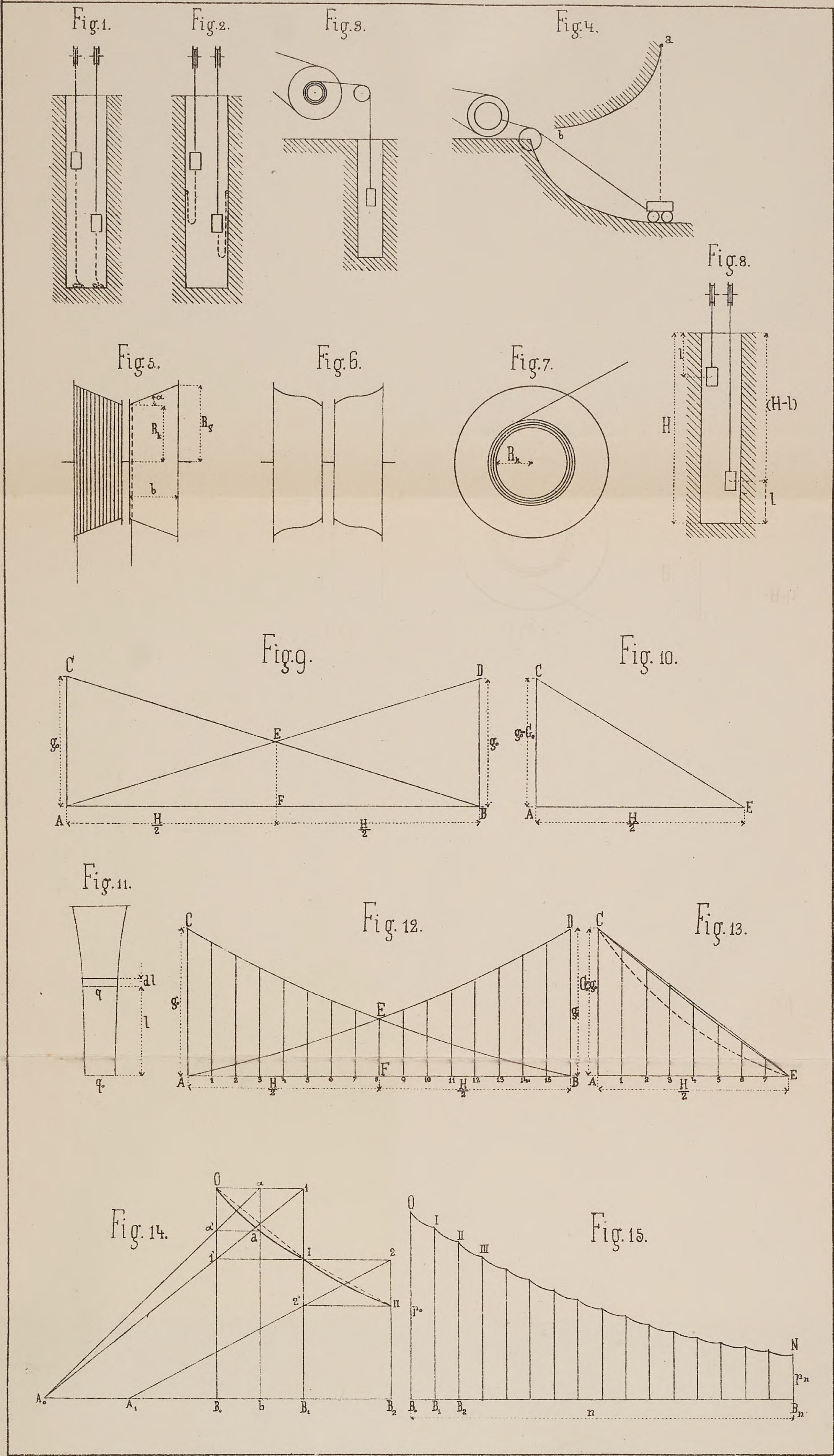
Welche Vortheile durch eine gute Seilausgleichung erreicht werden, weiss jeder Praktiker: Ersparnisse an Kohlen, an Reparaturen der Maschine etc., mit einem Worte Ersparniss an Geld und Zeit sind unleugbare Vortheile.

Was meine Seil-Ausgleichvorrichtung betrifft, so wird Jedermann einsehen, dass sie ihrem Zweck vollkommen Genüge leisten

kann, und dass daher der Gedanke derselben, wenn auch durch praktische Erfahrungen vielleicht allerlei nebensächliche Verbesserungen noch gemacht werden müssen, doch entschieden richtig ist und in Fachkreisen Beachtung verdient. Dass die Ausführung meiner Vorrichtung mit verhältnissmässig wenig Kosten verbunden, dass ferner dieselbe bei allen Fördermotoren leicht anzubringen ist, gleichgiltig ob dieselben neu aufgestellt werden oder bereits im Gebrauche sind; dass ferner die Ausgleichung der Seile eine ungemein ruhige und sanfte ist, nachdem die Luft eine elastische Wirkung ausübt, sind, nebst den bereits früher Erwähnten — Vortheile, welche Fachmänner gewiss zu würdigen wissen werden.

Ich übergebe diese Zeilen der Oeffentlichkeit mit der Bitte, dieselben zu prüfen, und werde vollkommen belohnt sein, wenn ich sehe, dass meine auf diese Arbeit verwendete Mühe und Zeit nicht nutzlos geopfert ward.





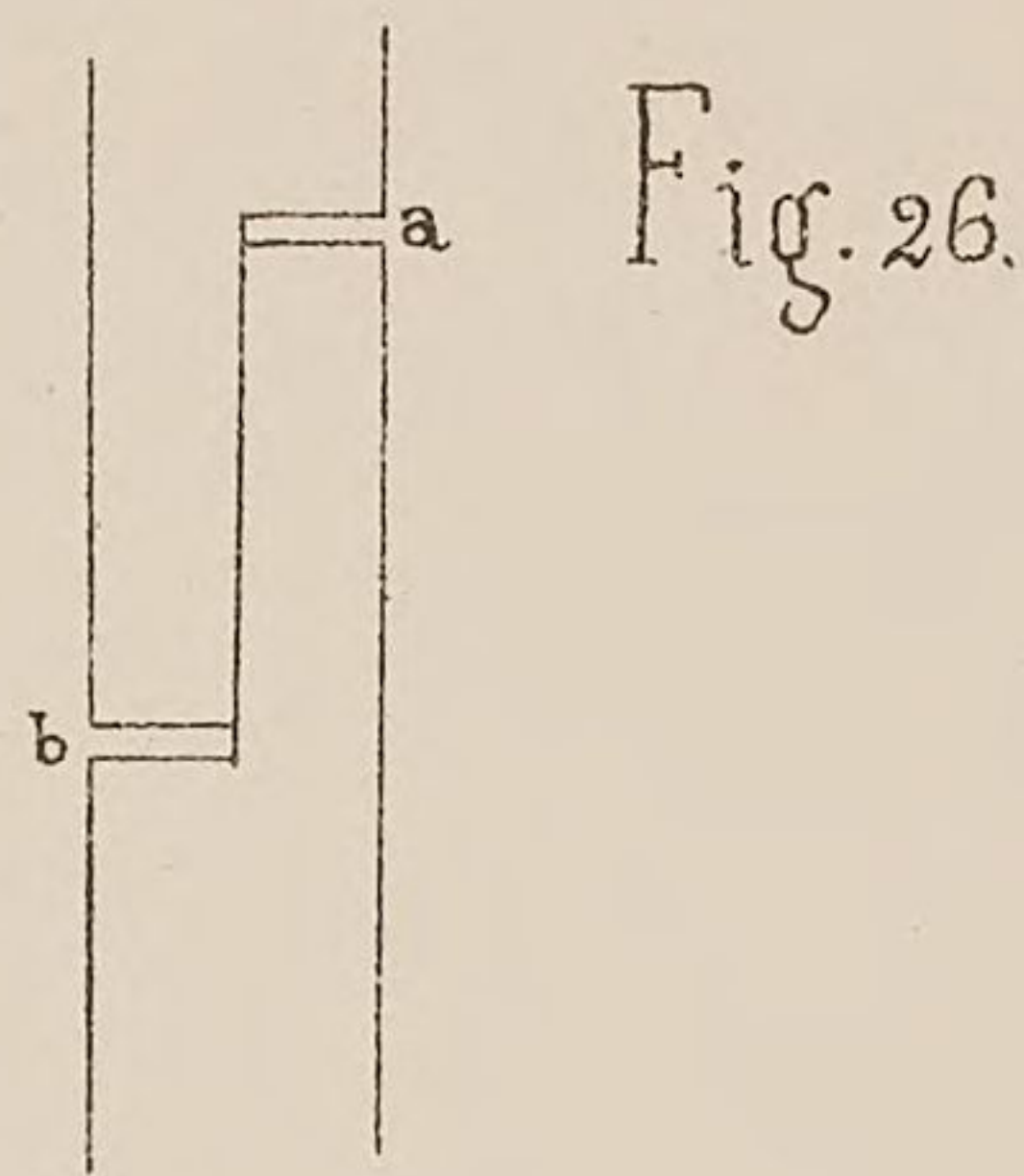
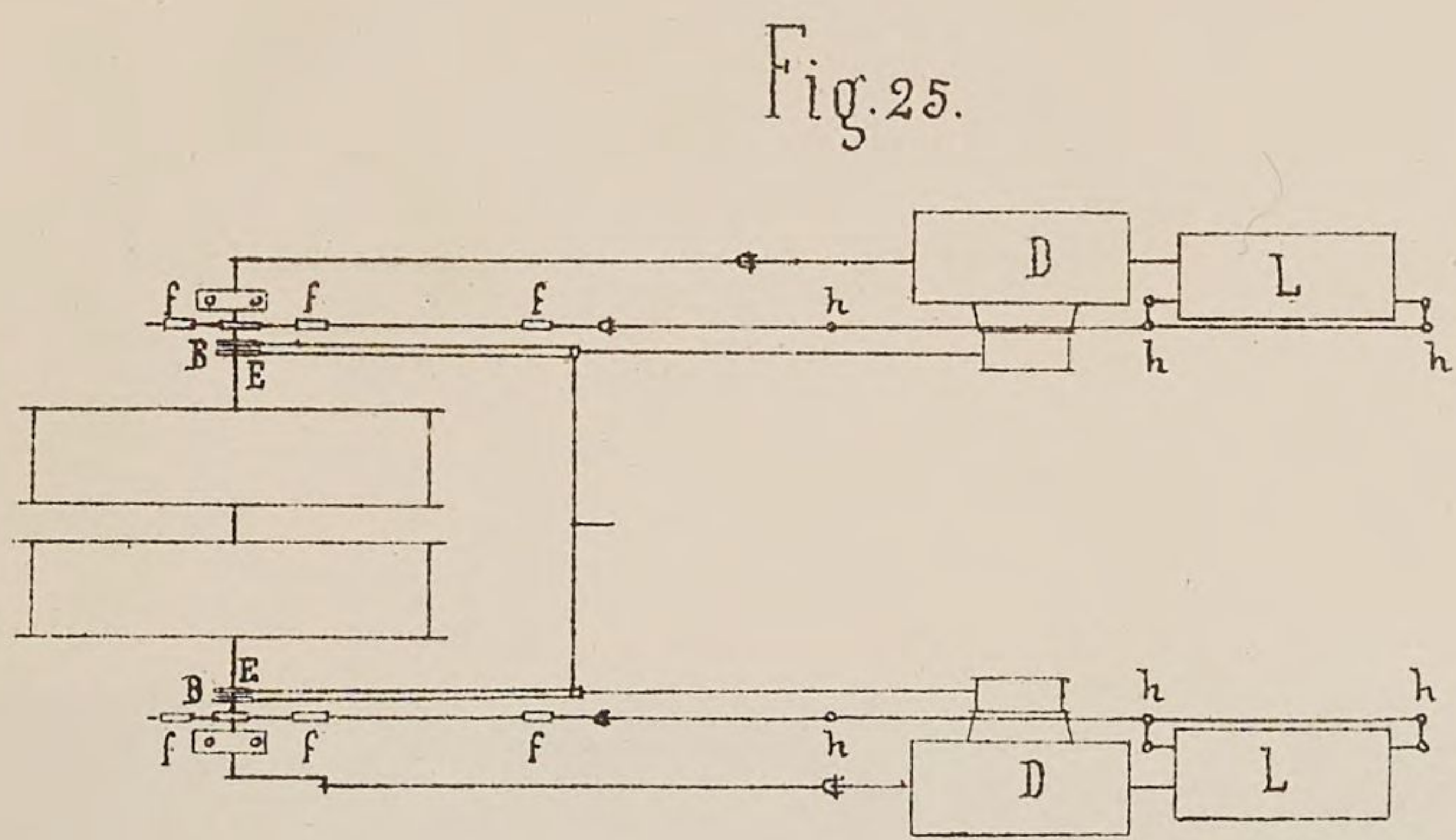
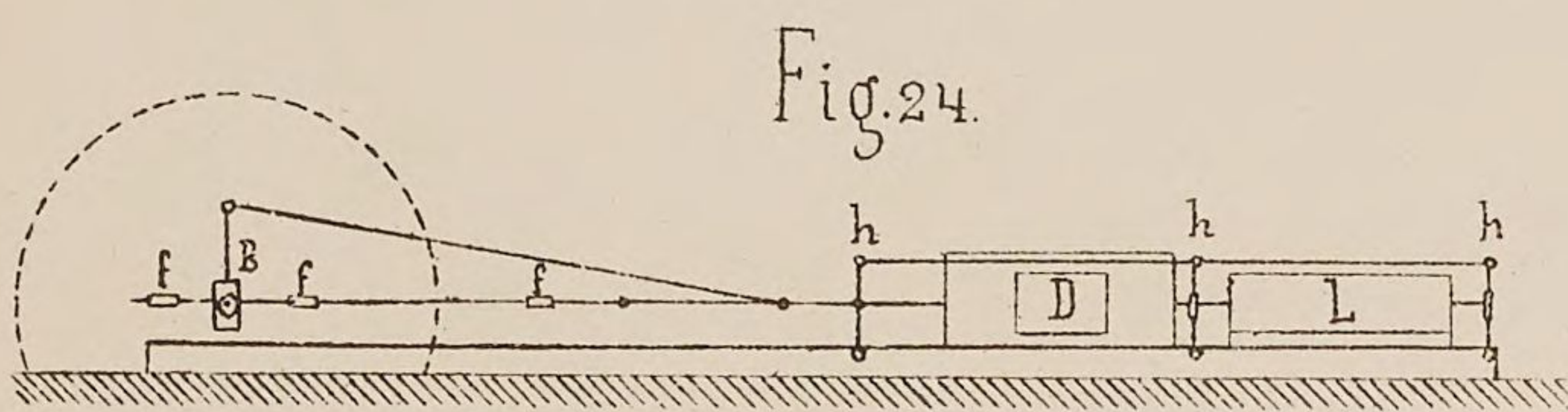
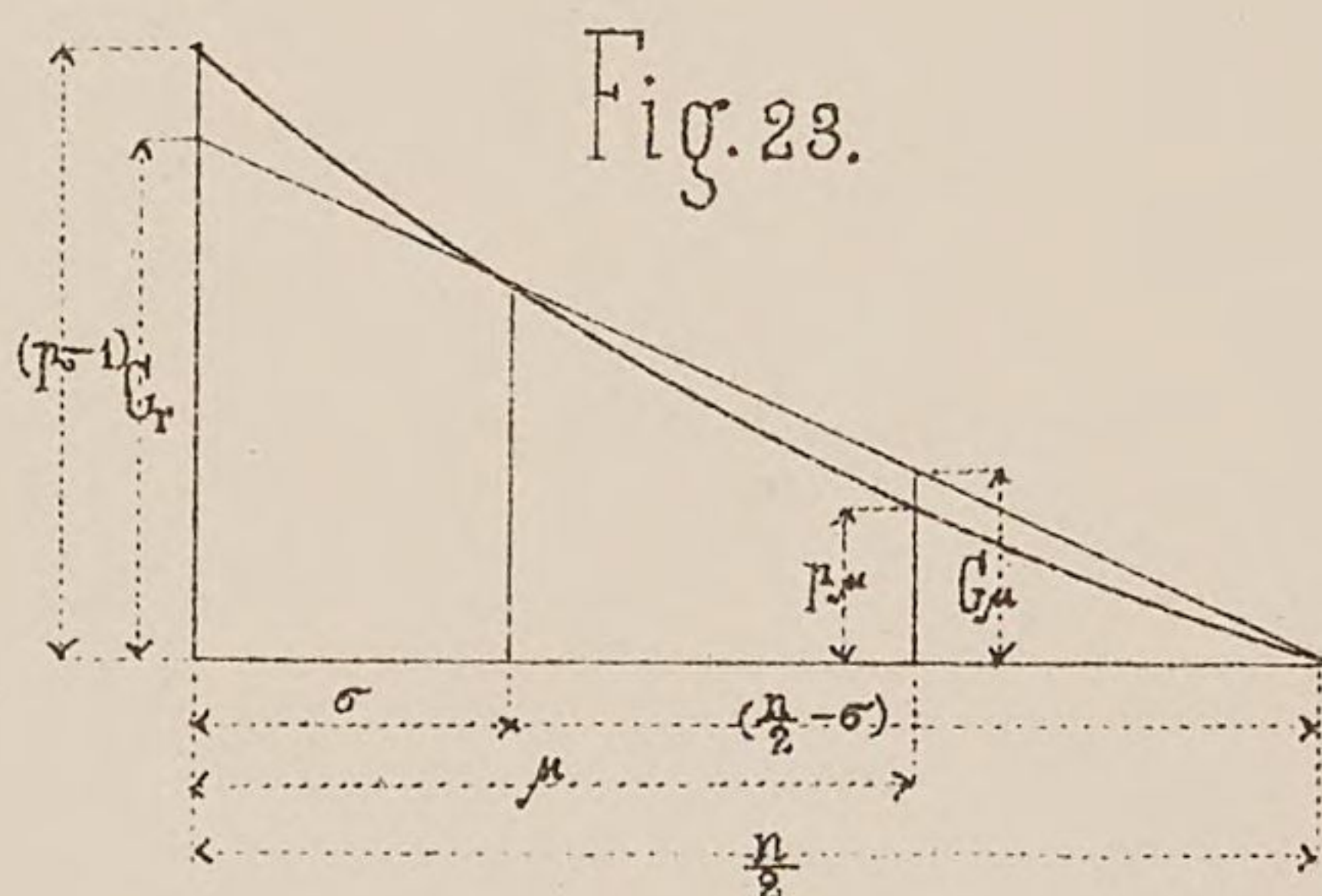
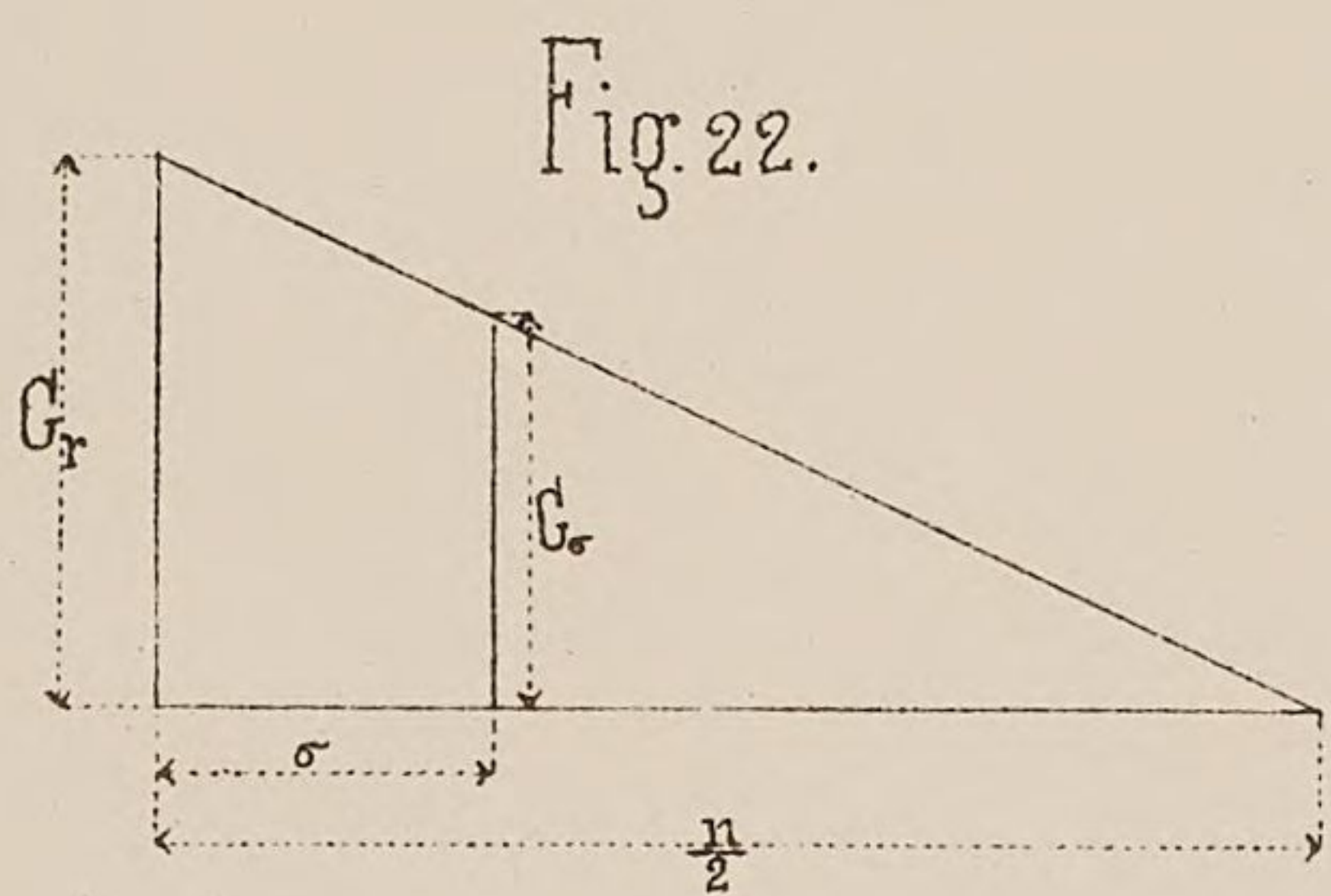
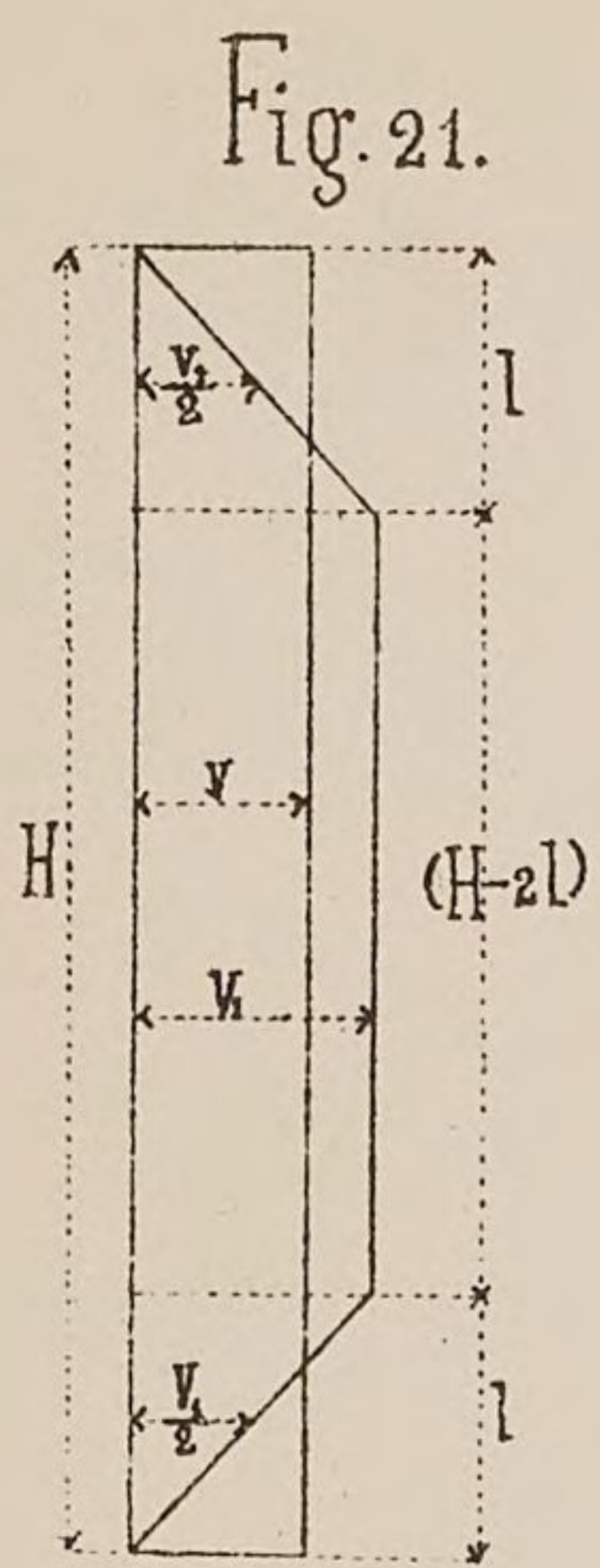
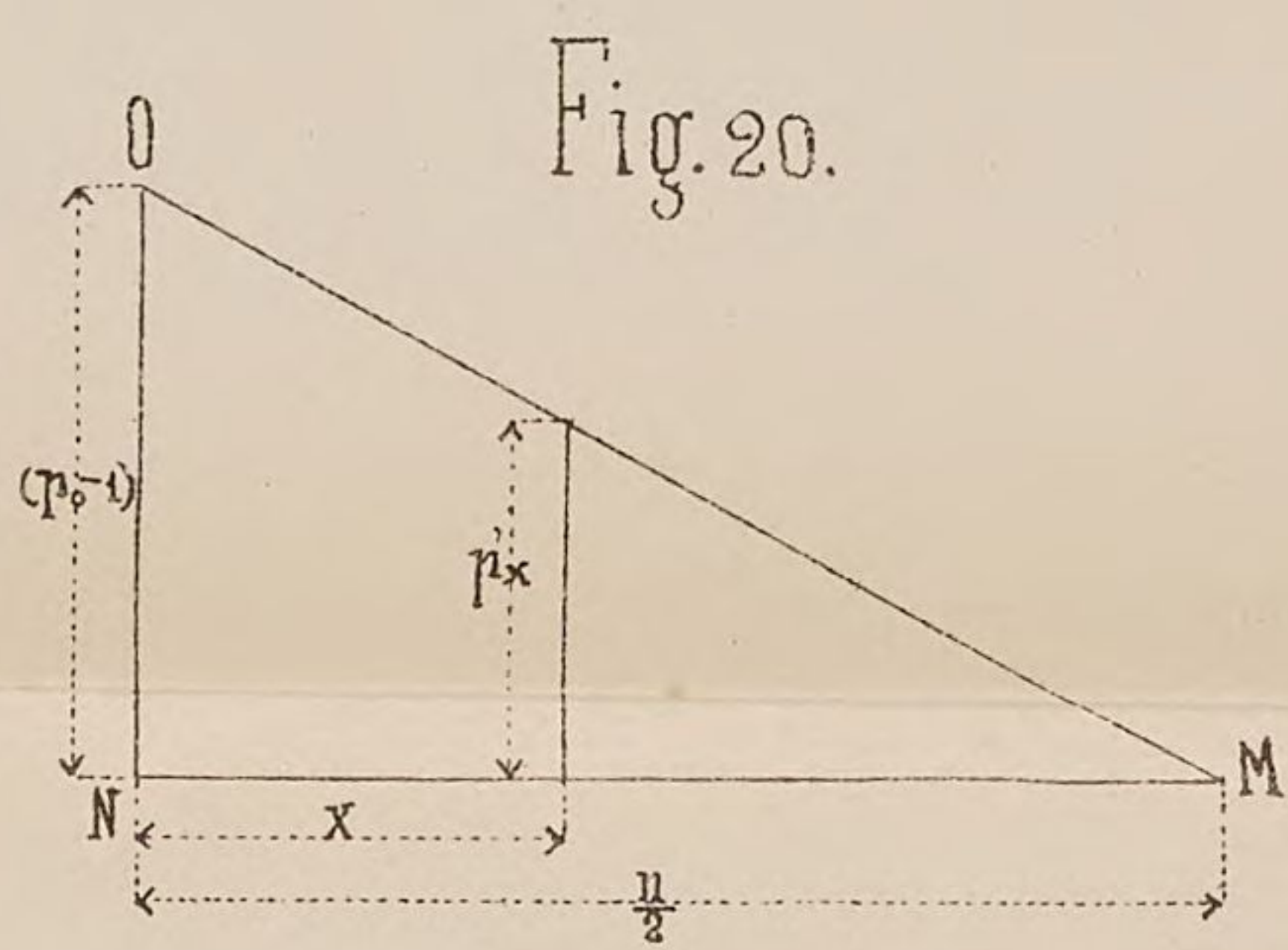
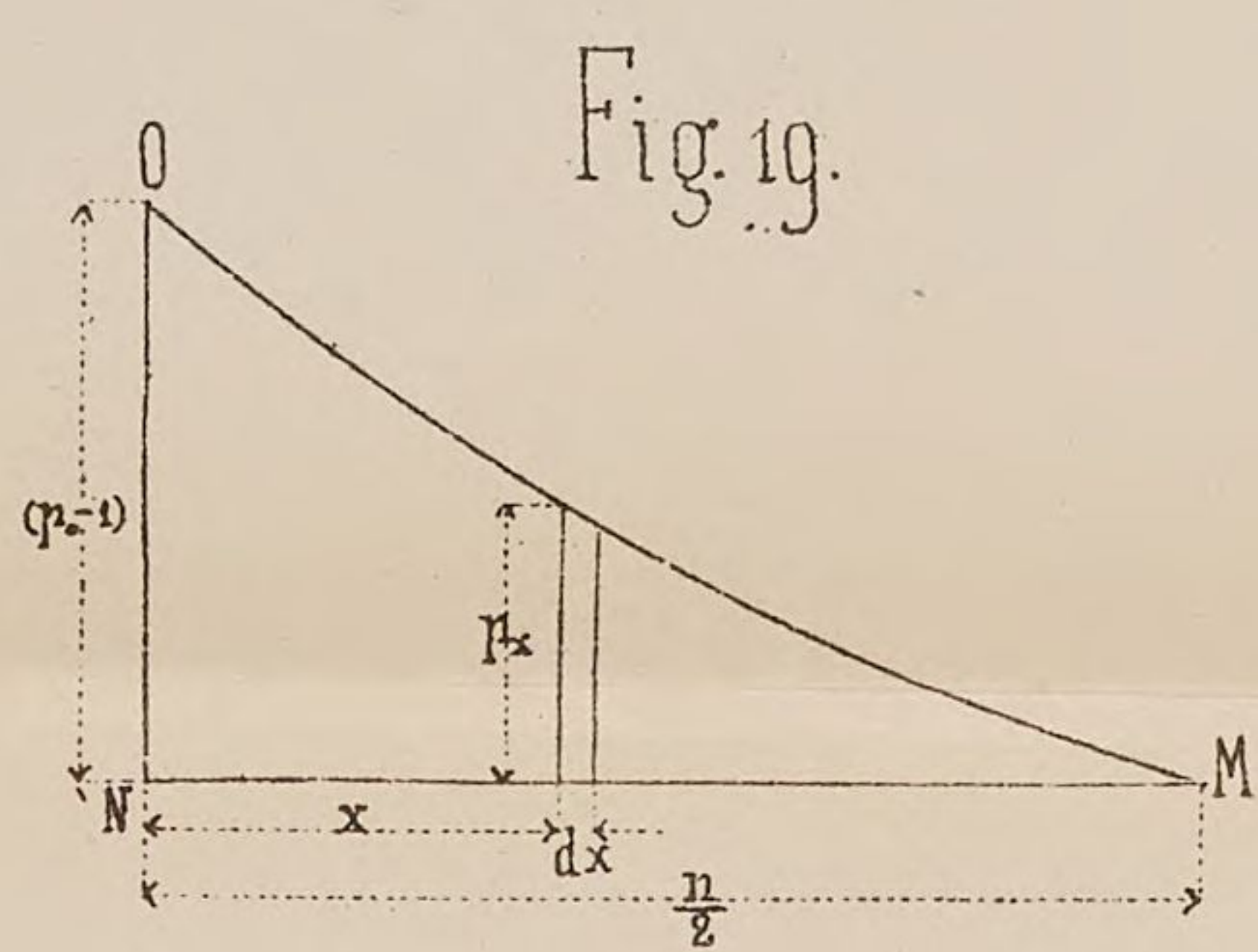
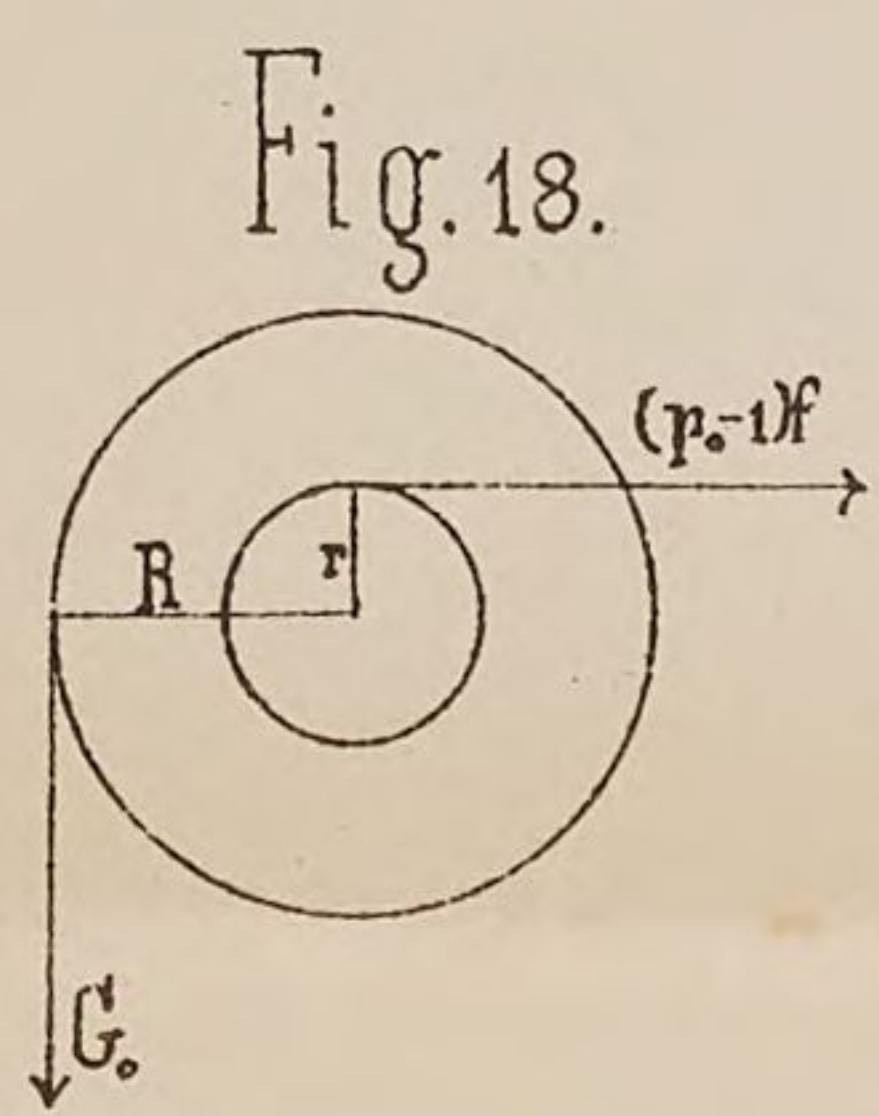
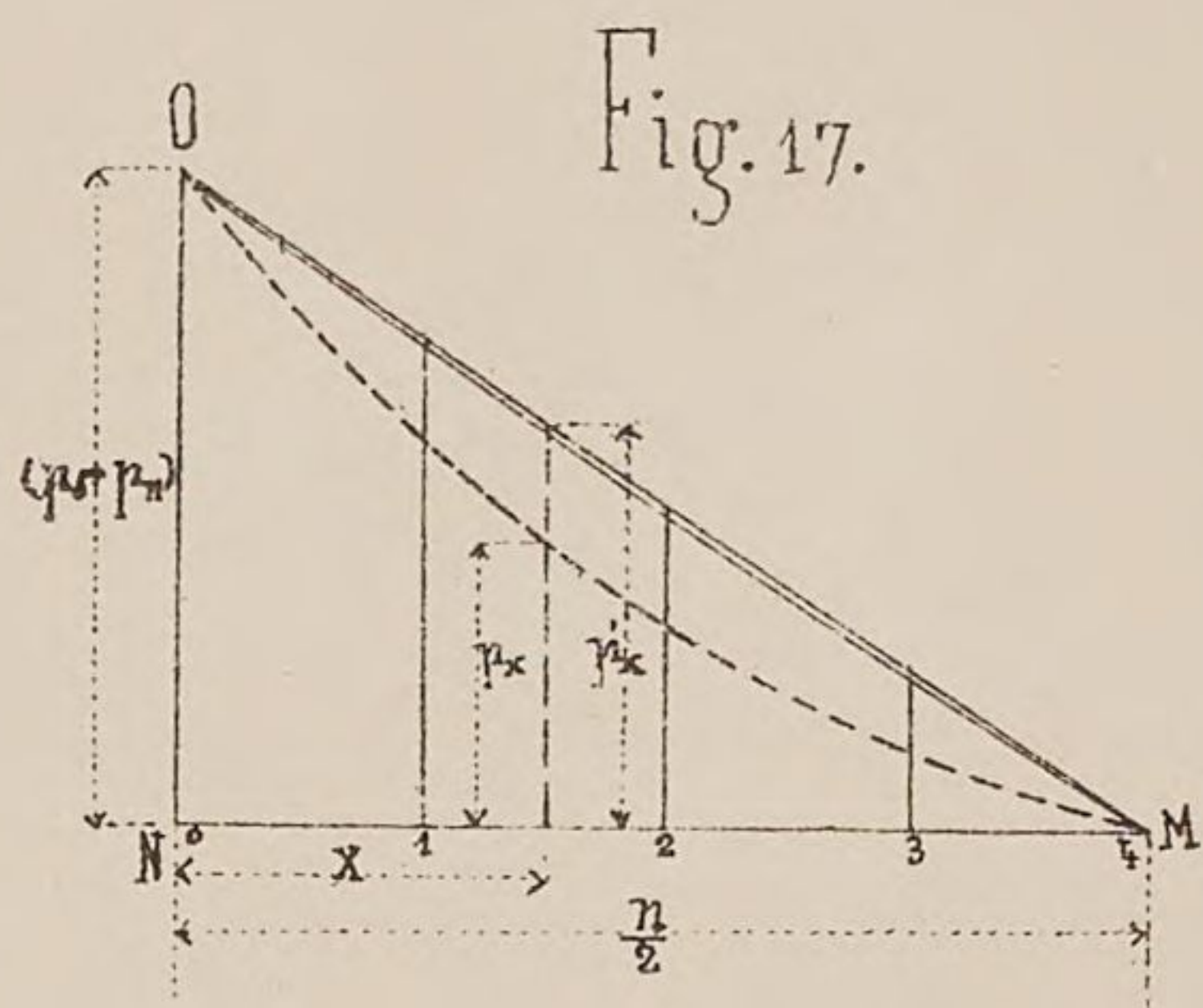
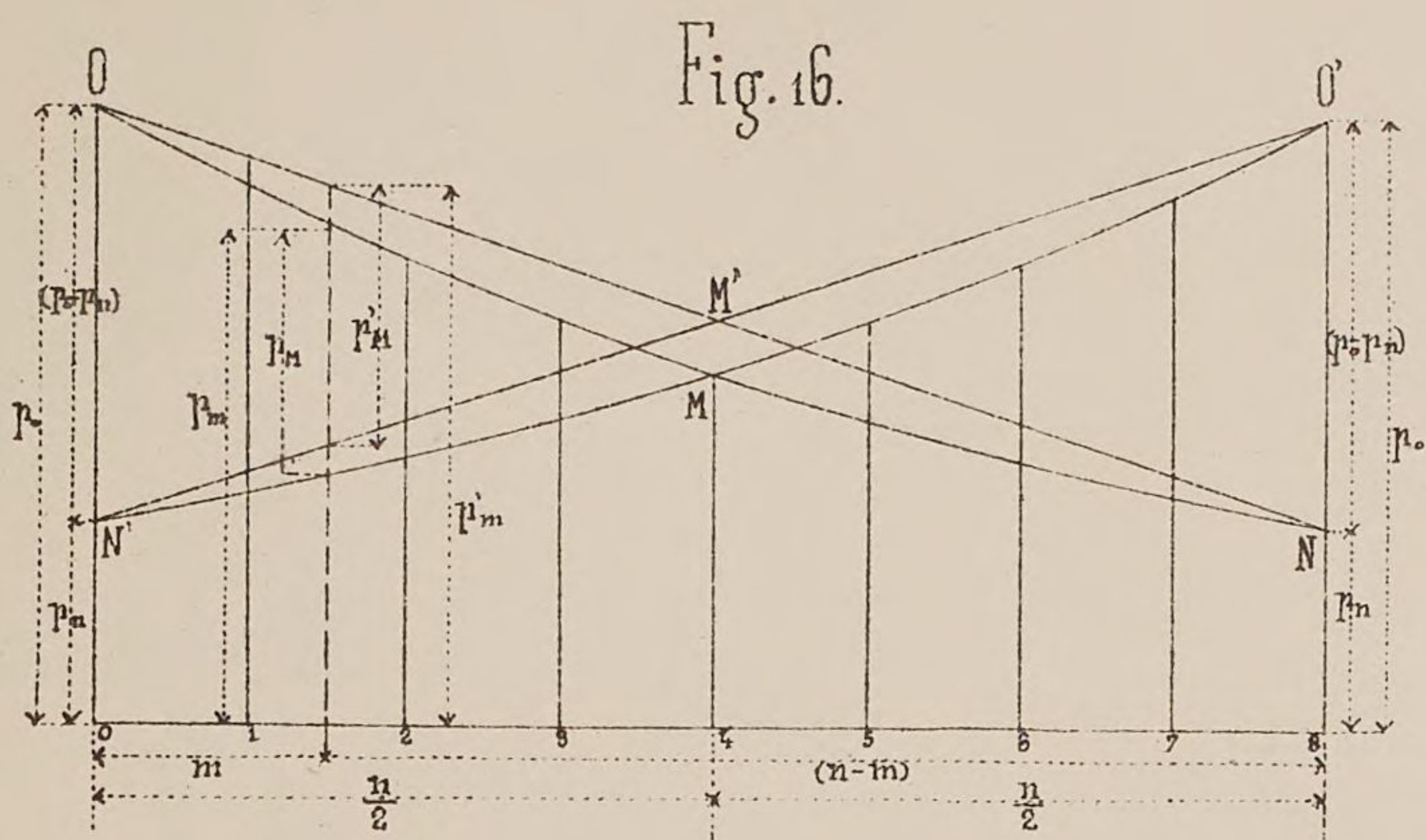


Fig. 27.

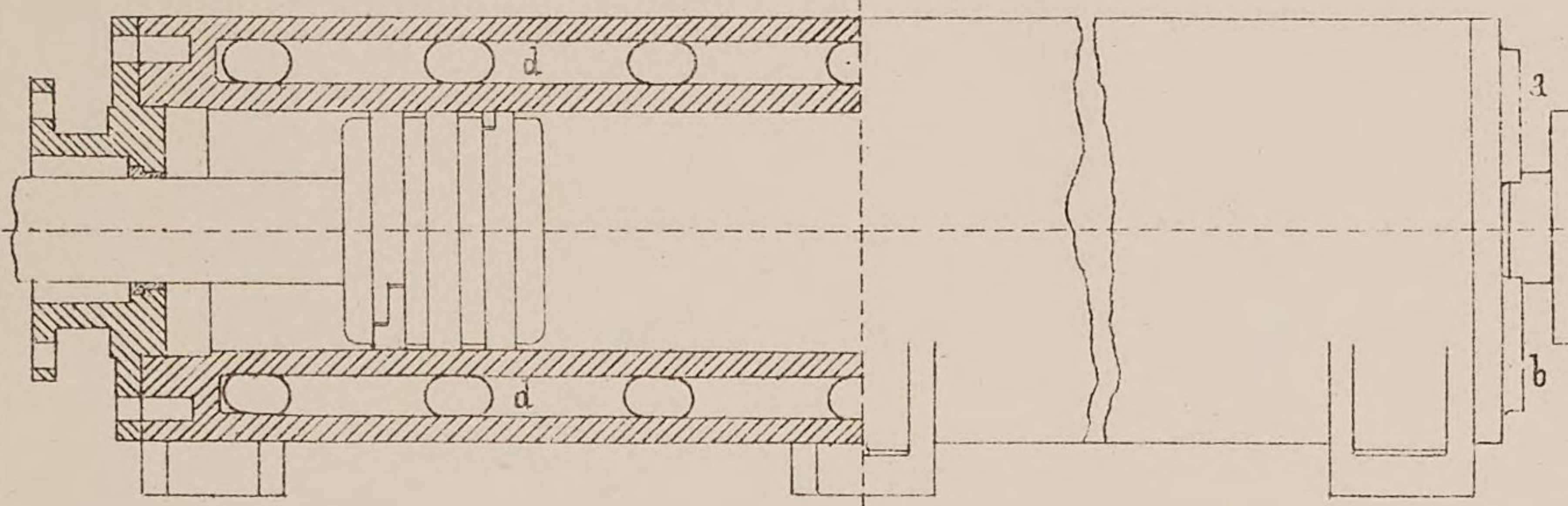


Fig. 28.

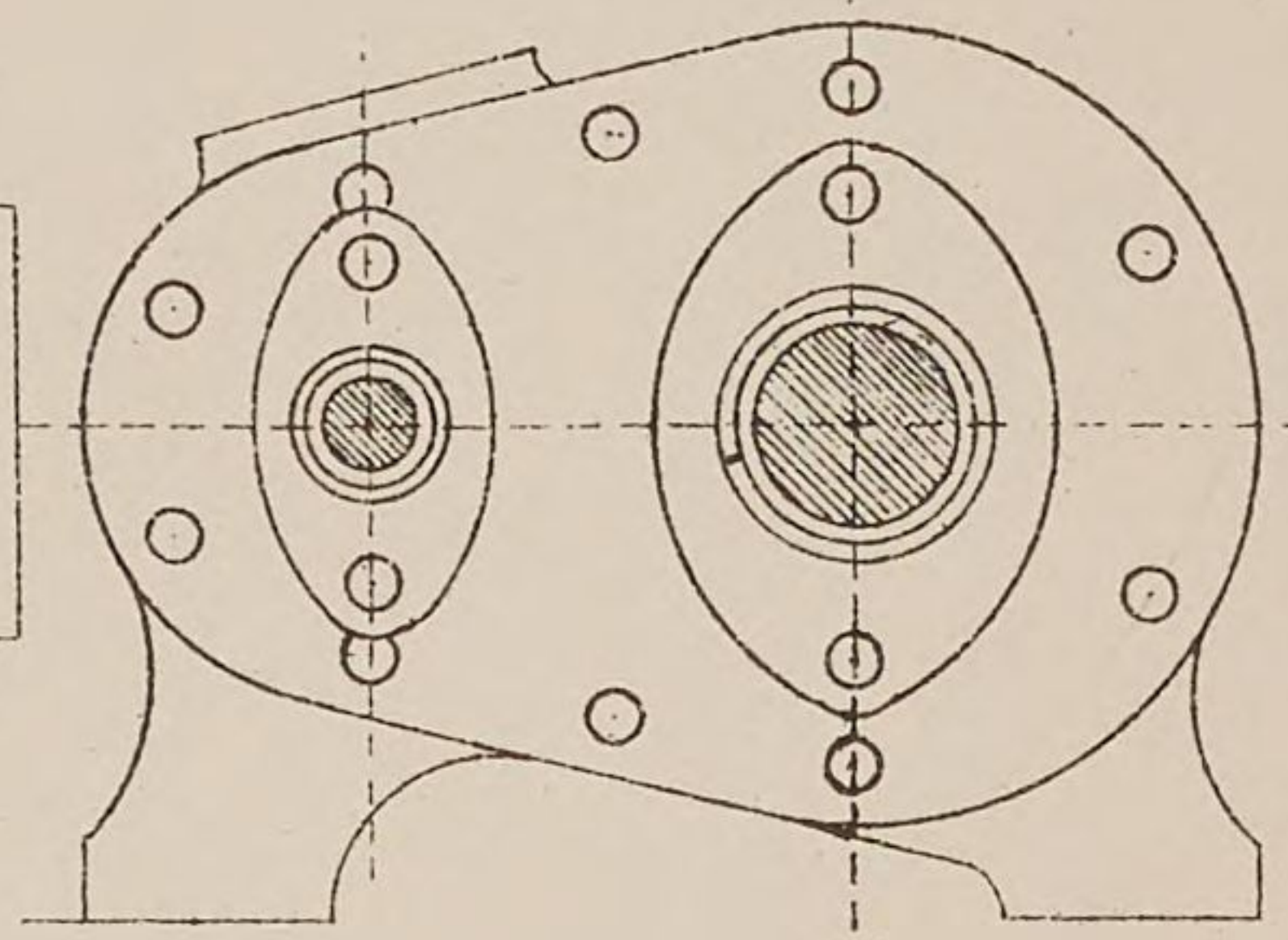


Fig. 29.

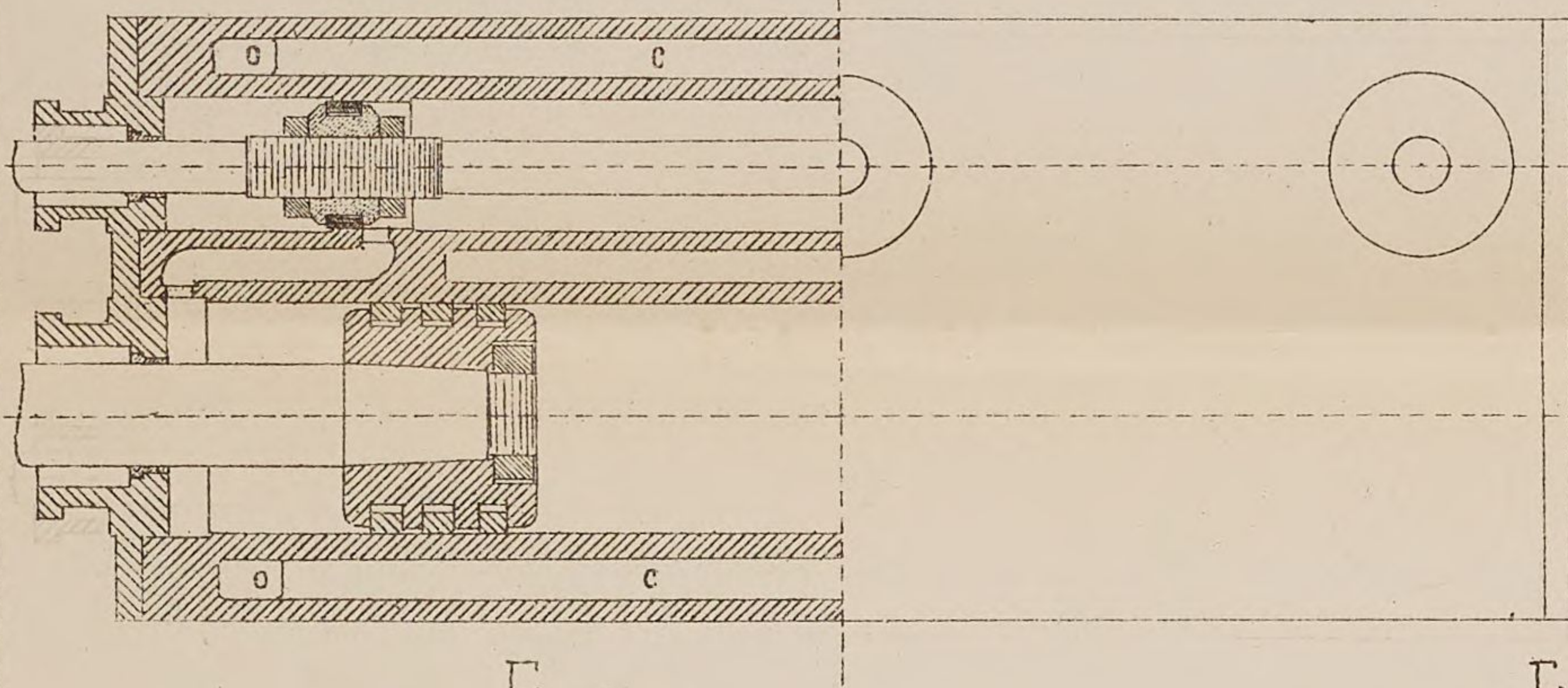


Fig. 30.

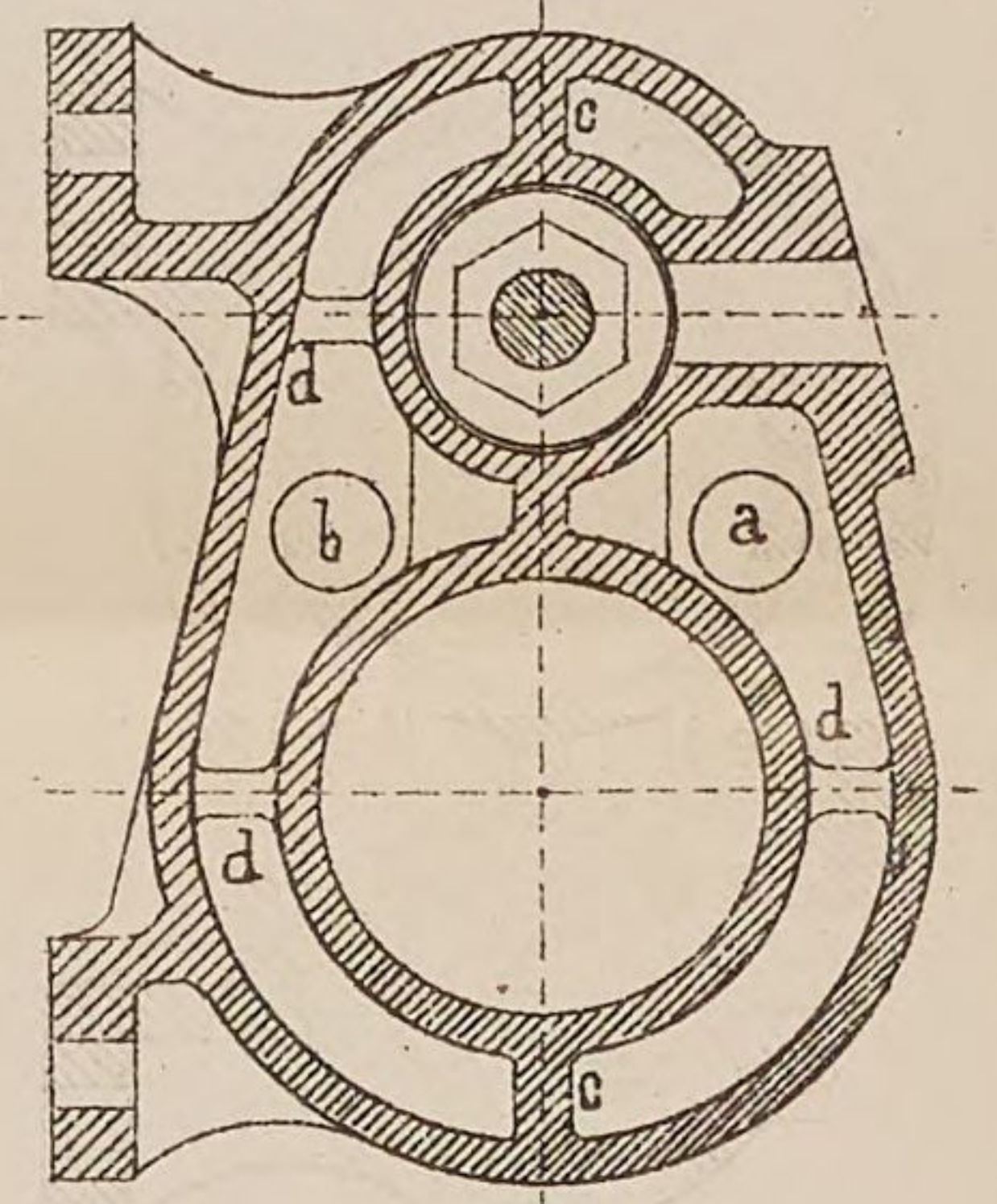


Fig. 31.

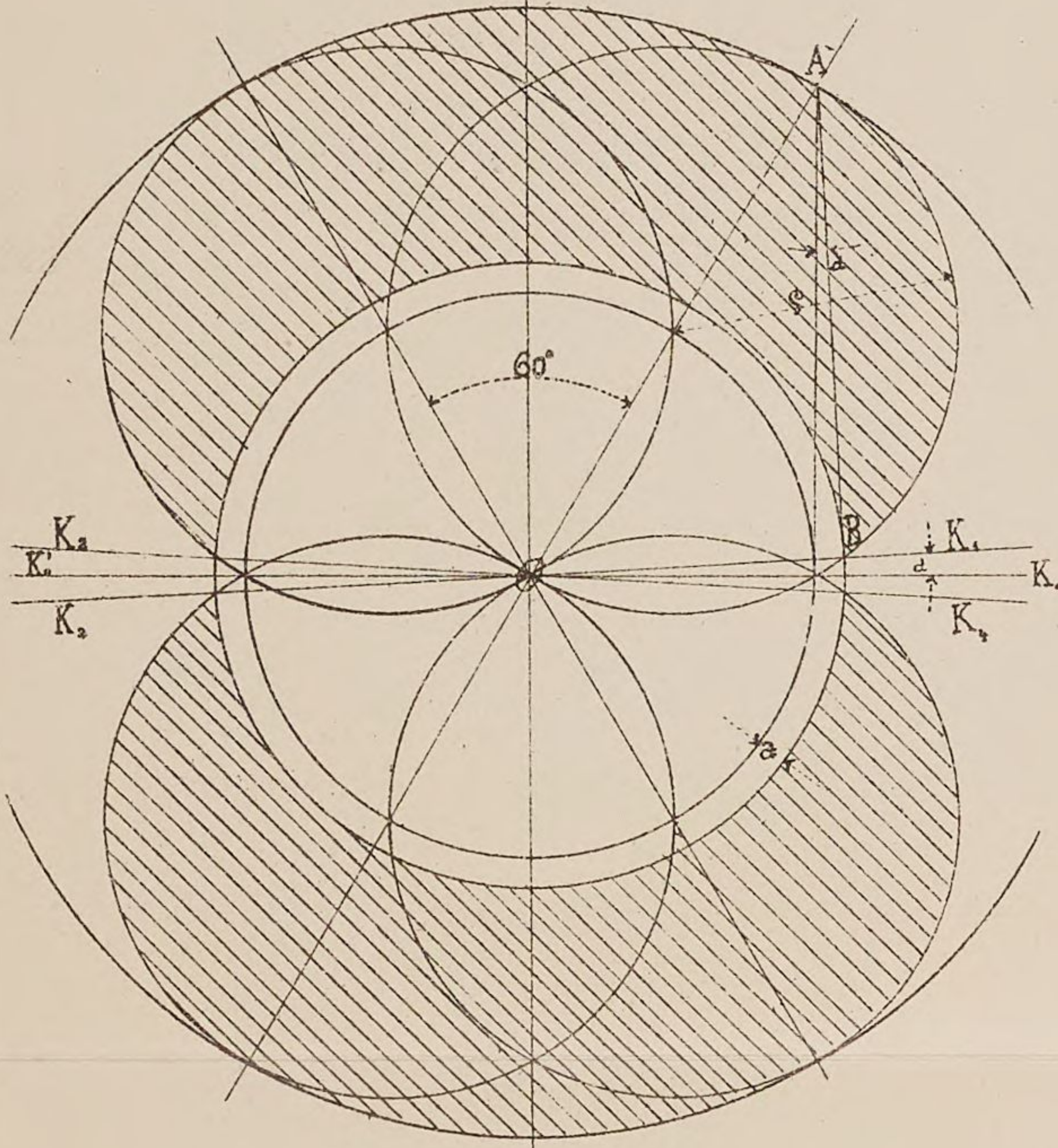


Fig. 32.

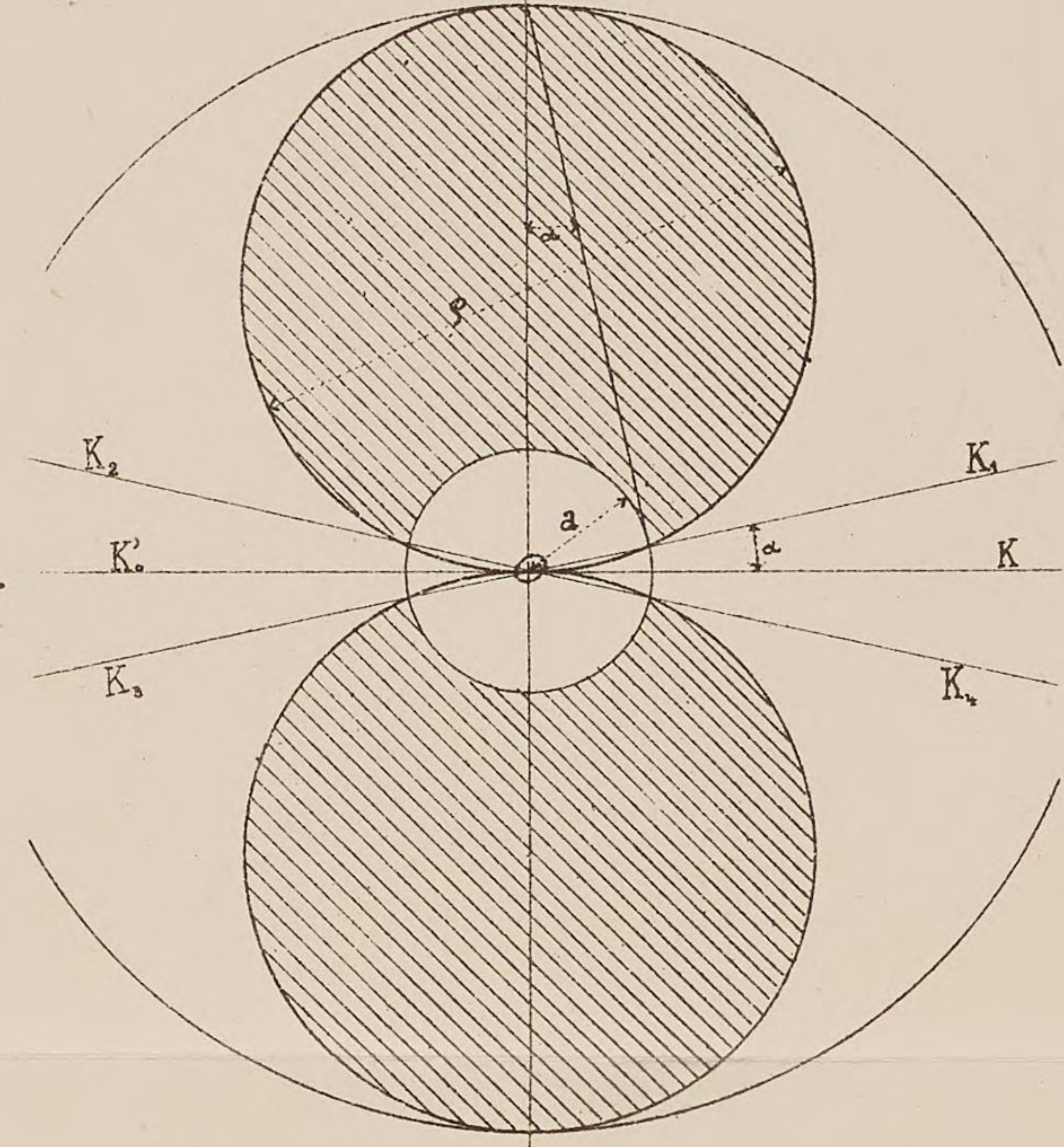


Fig. 33.

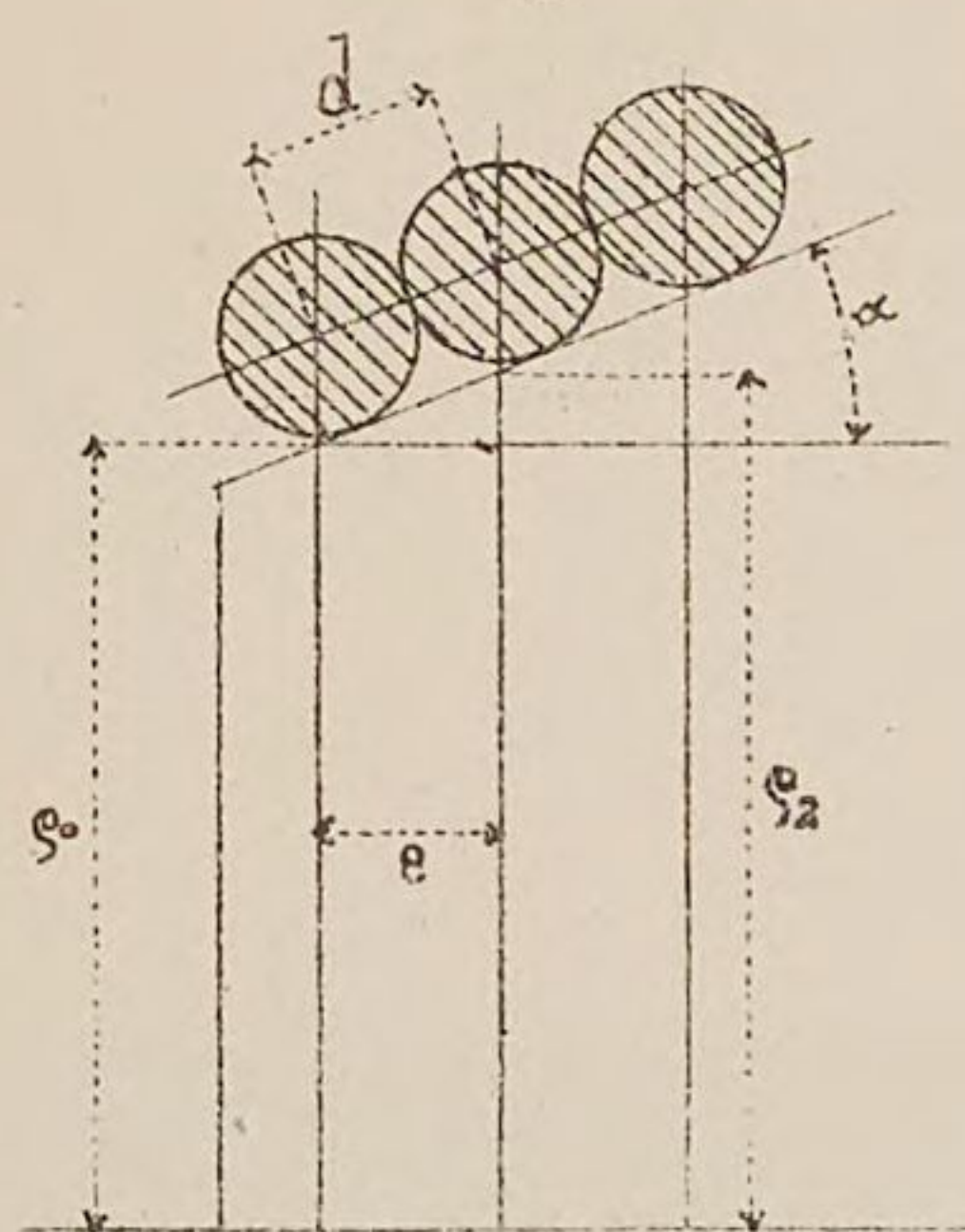
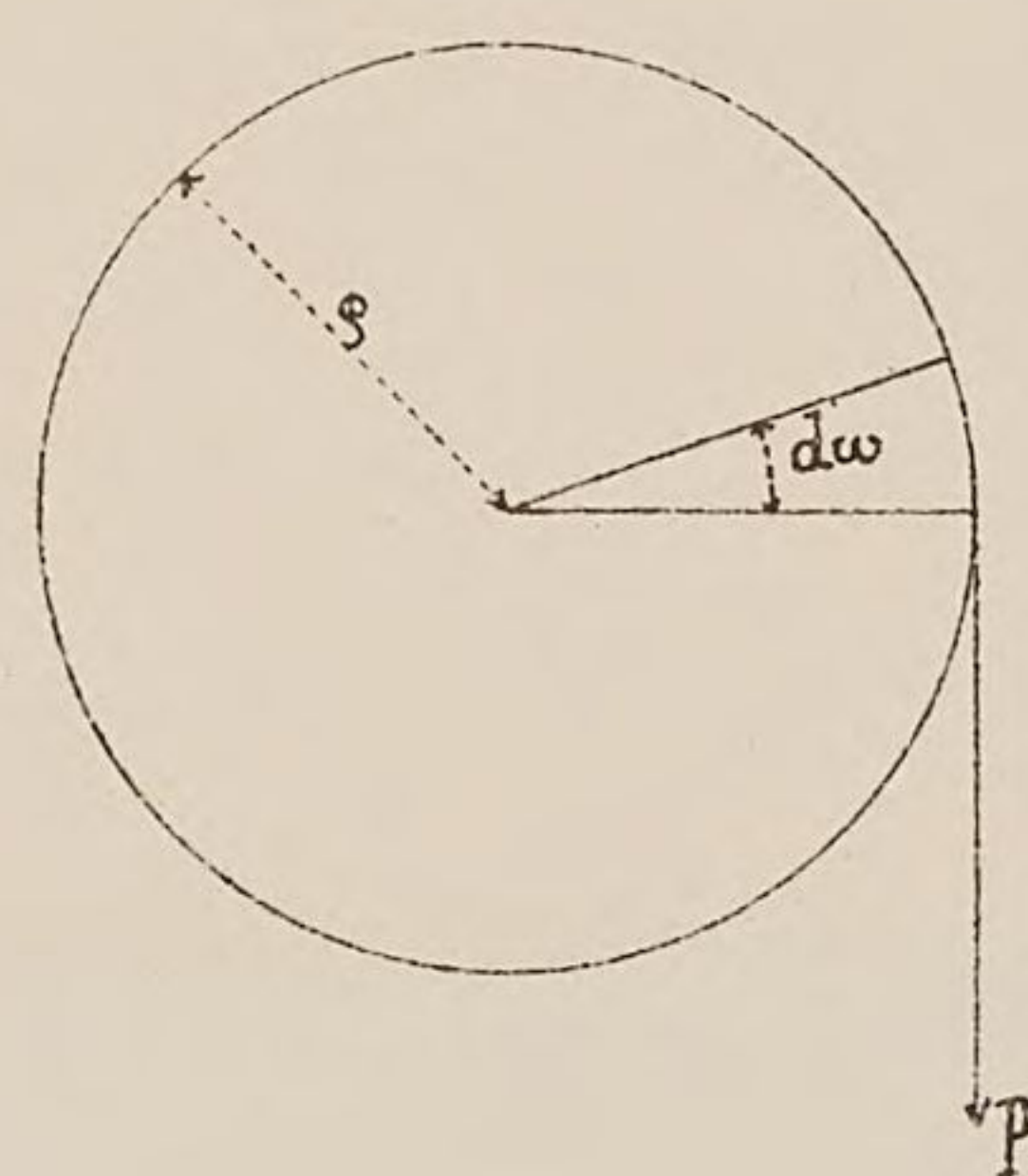
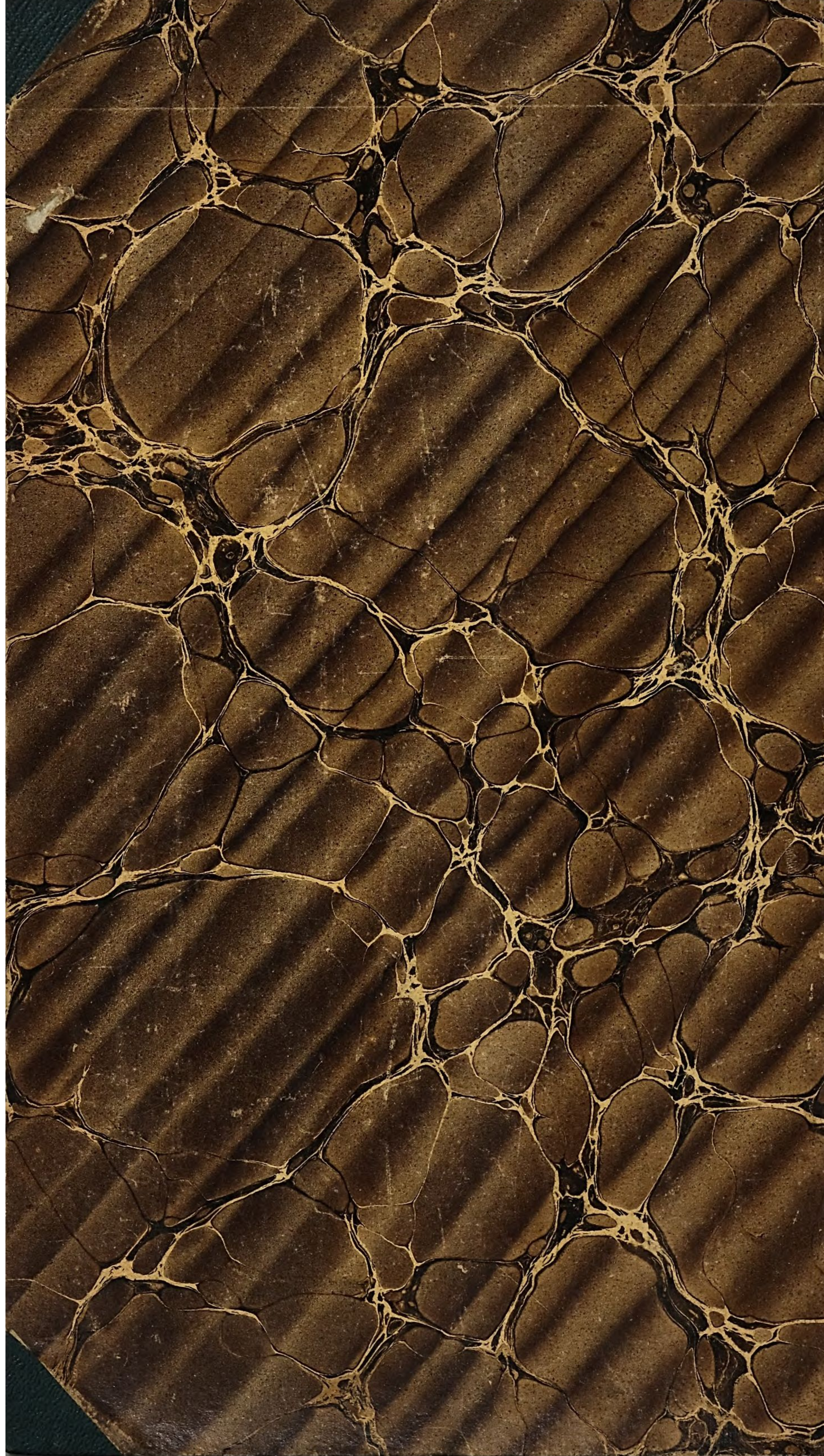


Fig. 34.



Bayerische
Staatsbibliothek
München



Rettich, Hugo von

Die Luft als Ausgleichmittel der Seilgewichte bei Fördermaschinen
Untersuchung der bis jetzt im Gebrauche stehenden Seilausgleichmittel bei
der Verticalförderung und Vergleich derselben mit der vom Verfasser
patentirten Vorrichtung

Wien 1885

BHS I B 282

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11558152-4